



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ

ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ

ΤΟΜΕΑΣ: ΟΡΓΑΝΩΣΗΣ ΠΑΡΑΓΩΓΗΣ & ΒΙΟΜΗΧΑΝΙΚΗΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ

Πρόβλημα Εφημεριδοπώλη με Αβεβαιότητα στην Παραδιδόμενη Ποσότητα και Χρήση Εφεδρικού Προμηθευτή

Διπλωματική Εργασία

Υπό

Παπαχρήστου Νικολάου

Επιβλέπων: **Δρ. Παντελής Δημήτριος**

Υπεβλήθη για την εκπλήρωση μέρους των απαιτήσεων για την απόκτηση του Διπλώματος
Μηχανολόγου Μηχανικού

Βόλος, Οκτώβριος 2016

Copyright©2016 Παπαχρήστος Νικόλαος

Με επιφύλαξη παντός δικαιώματος.

Απαγορεύεται η αντιγραφή, αποθήκευση και διανομή της παρούσας εργασίας , εξ ολοκλήρου ή τμήματος αυτής, για εμπορικό σκοπό. Επιτρέπεται η ανατύπωση αποθήκευση και διανομή για σκοπό μη κερδοσκοπικό, εκπαιδευτικής ή ερευνητικής φύσης, υπό την προϋπόθεση να αναφέρεται η πηγή προέλευσης και να διατηρείται το παρόν μήνυμα.

Η έγκριση της διπλωματικής εργασίας από το Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Θεσσαλίας δεν υποδηλώνει αποδοχή των απόψεων του συγγραφέα (Ν. 5343/32 αρ. 202 παρ. 2).

Εξεταστική Επιτροπή

Πρώτος Εξεταστής (Επιβλέπων)	Δρ. Δημήτριος Παντελής Αναπληρωτής Καθηγητής Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Δεύτερος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Λυμπερόπουλος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας
Τρίτος Εξεταστής	Δρ. Γεώργιος Σαχαρίδης Επίκουρος Καθηγητής, Τμήμα Μηχανολόγων Μηχανικών Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

Ευχαριστίες

Αρχικά θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον επιβλέποντα καθηγητή μου κύριο Δημήτριο Παντελή, για την πολύτιμη βοήθειά του, την καθοδήγηση του και τον χρόνο που αφιέρωσε καθ' όλη την εκπόνηση της πτυχιακής μου εργασίας.

Επίσης, ευχαριστώ τα υπόλοιπα δύο μέλη της εξεταστικής επιτροπής, καθηγητές κ. Γεώργιο Λυμπερόπουλο και κ. Γεώργιο Σαχαρίδη για την συμμετοχή τους και τις πολύτιμες υποδείξεις τους.

Θα ήθελα ακόμα να ευχαριστήσω την οικογένεια μου που με στήριξε με κάθε τρόπο καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μου.

Περίληψη

Στην παρούσα διπλωματική εργασία αντικείμενο αποτελεί η επίλυση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στην παράδοση και χρήση εφεδρικού προμηθευτή με στόχο την αύξηση των κερδών του. Η ζήτηση είναι αβέβαιη, ακολουθεί όμως συγκεκριμένη κατανομή. Επίσης το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας είναι και αυτό τυχαία μεταβλητή και ακολουθεί μία γνωστή κατανομή. Ο πωλητής αποφασίζει την ποσότητα που παραγγέλλει από τον κύριο προμηθευτή και αυτή που εξασφαλίζει από τον εφεδρικό. Η βέλτιστη πολιτική είναι αυτή που καθορίζει πότε τα κέρδη μεγιστοποιούνται. Οι αποφάσεις αυτές προσδιορίζονται μέσα από την επίλυση προβλήματος βελτιστοποίησης που δημιουργήθηκε για την εκπόνηση αυτής της εργασίας. Όλα τα αποτελέσματα παρουσιάζονται αναλυτικά όπου φαίνεται η επίδραση των μεταβολών στην τυχαιότητα της ζήτησης και τις παραδιδόμενης ποσότητας. Ακόμα παρουσιάζεται και σχολιάζεται η επίδραση της μεταβολής του κόστους χρήσης εφεδρικού προμηθευτή σε διάφορες περιπτώσεις. Τέλος γίνεται υπολογισμός του ποσοστιαίου κέρδους από τη χρήση του εφεδρικού προμηθευτή που μπορεί να φανεί χρήσιμος και σε πρακτικά προβλήματα.

Πίνακας Περιεχομένων

Εξεταστική Επιτροπή	3 -
Ευχαριστίες	4 -
Περίληψη	5 -
Κατάλογος Σχημάτων	7 -
Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή	8 -
1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο	8 -
1.2 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας	8 -
1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση	9 -
Κεφάλαιο 2- Βασικές Έννοιες	10 -
2.1 Περί Επιχειρησιακής Έρευνας	10 -
2.2 Η επίδραση της αβεβαιότητας στον έλεγχο αποθέματος	11 -
Κεφάλαιο 3- Το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη και επεκτάσεις	12 -
3.1 Το κλασικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη	12 -
3.2 Αναξιόπιστος προμηθευτής	13 -
3.3 Χρήση εφεδρικού προμηθευτή	14 -
Κεφάλαιο 4- Παρουσίαση παραδειγμάτων και αποτελεσμάτων	17 -
4.1 Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας	17 -
4.1.1 Κρίσιμη τιμή του κόστους εξασφάλισης από τον εφεδρικό προμηθευτή- 17 -	
4.1.2 Συμπεριφορά του μοντέλου σε σχέση με το κόστος αγοράς μίας μονάδας από τον εφεδρικό προμηθευτή.	21 -
4.2 Συμπεριφορά του μοντέλου σε μεταβολές της παραδιδόμενης ποσότητας- 23 -	
4.3 Κέρδος από χρήση του εφεδρικού προμηθευτή	29 -
Κεφάλαιο 5- Σύνοψη	35 -
Βιβλιογραφία	36 -
Παράρτημα	37 -

Κατάλογος Σχημάτων

Σχήμα 1 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -1 ^η περίπτωση, 1 ^ο παράδειγμα-	- 18 -
Σχήμα 2 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -1 ^η περίπτωση, 2 ^ο παράδειγμα-	- 19 -
Σχήμα 3 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -2 ^η περίπτωση, 1 ^ο παράδειγμα-	- 20 -
Σχήμα 4 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -2 ^η περίπτωση, 2 ^ο παράδειγμα-	- 20 -
Σχήμα 5 Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το cE -1 ^ο παράδειγμα-	- 21 -
Σχήμα 6- Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το cE,όταν cE<c-	- 22 -
Σχήμα 7 Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το cE -2 ^ο παράδειγμα-	- 22 -
Σχήμα 8 Χρήση εφεδρικού προμηθευτή- Φθίνουσα μέση τιμή παράδοσης	- 23 -
Σχήμα 9 Χρήση κανονικού προμηθευτή- Φθίνουσα μέση τιμή παράδοσης	- 24 -
Σχήμα 10 Χρήση εφεδρικού με αύξηση του κόστους εξασφάλισης	- 25 -
Σχήμα 11 Χρήση κύριου προμηθευτή με αύξηση του κόστους εξασφάλισης	- 26 -
Σχήμα 12 Χρήση κύριου- Αλλαγή στην διακύμανση	- 27 -
Σχήμα 13 Χρήση εφεδρικού- Αλλαγή διακύμανσης	- 27 -
Σχήμα 14 Χρήση εφεδρικού- Αύξηση κόστους εξασφάλισης	- 28 -
Σχήμα 15 Χρήση κύριου- Αύξηση κόστους εξασφάλισης	- 28 -
Σχήμα 16 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή μ.τ. -1 ^ο παράδειγμα-	- 29 -
Σχήμα 17 Ποσοστό κέρδους- διακύμανση -1 ^ο παράδειγμα-	- 30 -
Σχήμα 18 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή στην τυπική απόκλιση της ζήτησης -1 ^ο παράδειγμα-	- 30 -
Σχήμα 19 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγές στην ζήτηση-1 ^ο παράδειγμα-	- 31 -
Σχήμα 20 Ποσοστό κέρδους- Αύξηση κόστους εφεδρικού -1 ^ο Παράδειγμα-	- 31 -
Σχήμα 21 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή μ.τ. -2 ^ο παράδειγμα-	- 32 -
Σχήμα 22 Ποσοστό κέρδους- διακύμανση -2 ^ο παράδειγμα-	- 33 -
Σχήμα 23 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή στην τυπική απόκλιση της ζήτησης -2 ^ο παράδειγμα-	- 33 -
Σχήμα 24 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγές στην ζήτηση-2 ^ο παράδειγμα-	- 34 -
Σχήμα 25 Ποσοστό κέρδους- Αύξηση κόστους εφεδρικού -2 ^ο Παράδειγμα-	- 34 -

Κεφάλαιο 1 Εισαγωγή

Στο κεφάλαιο της εισαγωγής παρατίθενται πληροφορίες που δίνουν το κίνητρο και το υπόβαθρο για την πραγματοποίηση της συγκεκριμένης διπλωματικής εργασίας. Επίσης δίνονται τα κεφάλαια και οι ενότητες που απαρτίζουν την εργασία και γίνεται μια βιβλιογραφική ανασκόπηση που αφορά την μελέτη του προβλήματος του εφημεριδοπώλη.

1.1 Κίνητρο και Υπόβαθρο

Για αυτή την εργασία κίνητρο αποτέλεσε η θέληση για ενασχόληση σε βάθος με τον τομέα της επιχειρησιακής έρευνας και ειδικά με αυτόν του ελέγχου αποθέματος με σκοπό την αύξηση των κερδών του λιανοπωλητή. Η θεωρητική προσέγγιση και οι γνώσεις που αποκτήθηκαν κατά τη διάρκεια των σπουδών στο τμήμα, αποτέλεσαν φυσικά έναυσμα για μια πιο πρακτική προσέγγιση σε αυτόν τον τομέα.

Γνωστικό υπόβαθρο αποτελεί η επιστήμη της επιχειρησιακής έρευνας η οποία εφαρμόζεται για την βελτιστοποίηση της λειτουργίας συστημάτων (όχι απαραίτητα επιχειρηματικών). Έχει ως στόχο τη βέλτιστη λήψη αποφάσεων χρησιμοποιώντας τεχνικές βασισμένες σε μαθηματικά μοντέλα.

1.2 Οργάνωση Διπλωματικής Εργασίας

Η διπλωματική αυτή εργασία χωρίζεται σε πέντε ενότητες που καταλαμβάνουν τα κεφάλαια 1, 2, 3, 4 και 5 αντίστοιχα. Πιο συγκεκριμένα:

- Στο κεφάλαιο 2 παρουσιάζονται κάποιες βασικές έννοιες οι οποίες είναι απαραίτητες για την περαιτέρω ανάλυση του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 3 γίνεται παρουσίαση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη και ενδελεχής ανάλυση της επέκτασής του που είναι το αντικείμενο της παρούσας εργασίας.
- Στο κεφάλαιο 4 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα που έχουν εξαχθεί και δίνονται συμπεράσματα που προέκυψαν από τη μελέτη του προβλήματος.
- Στο κεφάλαιο 5 παρατίθεται μια σύνοψη της διπλωματικής εργασίας.

1.3 Βιβλιογραφική Ανασκόπηση

Υπάρχουν πολλές μελέτες πάνω σε συστήματα ελέγχου αποθέματος που υπόκεινται σε αβεβαιότητα παράδοσης μιας παραγγελίας, η οποία μπορεί να είναι διακοπή προμήθειας (supply disruption), τυχαία ποσότητα παραδιδόμενης ποσότητας (random yield), μοντέλα τυχαιότητας στη χωρητικότητα κ.α. Έμφαση θα δοθεί όμως στην βιβλιογραφία που είναι πιο σχετική με αυτή την εργασία. Οι Parlar and Wang (1990) μελέτησαν το πρόβλημα ελέγχου αποθέματος όταν υπάρχει δυνατότητα αγοράς από δύο ξεχωριστούς προμηθευτές διαφορετικής αξιοπιστίας που υπόκεινται σε τυχαία ποσότητα παράδοσης (random yield). Για το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της κοιλότητας της συνάρτησης του προσδοκώμενου κέρδους προτείνουν μια προσέγγιση στη βέλτιστη λύση. Οι Saghaian and Oyen (2010) ασχολούνται και αυτοί με το μοντέλο του εφημεριδοπώλη στην περίπτωση της διακοπής της προμήθειας, καταφέρνουν τη μείωση της αβεβαιότητας χρησιμοποιώντας έναν εφεδρικό προμηθευτή και ταυτόχρονα συλλέγοντας πληροφορίες για τον κύριο. Οι Guo et al (2013) μελετούν την επίδραση της αβέβαιης παράδοσης στην λήψη αποφάσεων που αφορούν την προμήθεια. Σε αυτή την μελέτη χρησιμοποιούν το μοντέλο του εφημεριδοπώλη το οποίο μπορεί να υπόκειται συγχρόνως σε διακοπή προμήθειας και σε τυχαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα. Στο μοντέλο εκτός του κύριου προμηθευτή χρησιμοποιείται ακόμα ένας εφεδρικός. Συγκεκριμένα ασχολούνται με το πώς επηρεάζεται η χρήση του εφεδρικού ή του κύριου προμηθευτή όταν κατά περίπτωση δίδεται βαρύτητα είτε στην διακοπή της παράδοσης (supply disruption) είτε στην τυχαία ποσότητα παράδοσης (random yield).

Κεφάλαιο 2- Βασικές Έννοιες

2.1 Περί Επιχειρησιακής Έρευνας

Η επιχειρησιακή έρευνα ασχολείται με την εφαρμογή εξελιγμένων μαθηματικών μεθόδων, όπως μαθηματική μοντελοποίηση, στατιστική ανάλυση, μαθηματική βελτιστοποίηση, κ.α. με σκοπό τη λήψη βέλτιστης ή κοντά στη βέλτιστη απόφαση πολύπλοκων προβλημάτων.

Οι πρώτες συστηματικές δραστηριότητες της Επιχειρησιακής Έρευνας άρχισαν στην Αγγλία κατά τη διάρκεια του Δευτέρου Παγκοσμίου Πολέμου, όταν μια ομάδα Βρετανών επιστημόνων ξεκίνησαν τη λήψη επιστημονικώς τεκμηριωμένων αποφάσεων όσον αφορά τη διαχείριση του πολεμικού υλικού στον καλύτερο δυνατό βαθμό. Λόγω της άμεσης ανάγκης λοιπόν για την κατανομή των λιγοστών πόρων οι δραστηριότητες αυτές επεκτάθηκαν στις ΗΠΑ και τον Καναδά.

Αμέσως μετά τον πόλεμο, με την ανάπτυξη των τεχνικών που χρησιμοποιούνταν και την αυξημένη γνώση των επιστημόνων σε αυτό το πεδίο η επιχειρησιακή έρευνα δεν περιοριζόταν πια σε αυτόν τον τομέα. Οι ιδέες που αρχικά αφορούσαν τις στρατιωτικές δραστηριότητες, υιοθετήθηκαν για τη βελτίωση της αποδοτικότητας και της παραγωγικότητας κυρίως του επιχειρηματικού τομέα.

Στη διάρκεια λοιπόν της βιομηχανικής ανάπτυξης που ακολούθησε τον πόλεμο παρουσιάστηκαν πρωτόγνωρα προβλήματα στις επιχειρήσεις. Οι επιστήμονες που μέχρι τότε εφάρμοζαν την επιχειρησιακή έρευνα στις στρατιωτικές επιχειρήσεις συνειδητοποίησαν πως τα προβλήματα που είχαν προκύψει έμοιαζαν σε μεγάλο βαθμό με αυτά που ασχολούνταν παλιότερα. Έτσι οι εταιρείες άρχισαν να χρησιμοποιούν την Επιχειρησιακή Έρευνα για να λύσουν σημαντικά προβλήματα όπως τον έλεγχο των αποθεμάτων και τη δρομολόγηση εμπορευμάτων. Στα χρόνια που ακολούθησαν και με την ανάπτυξη των ηλεκτρονικών υπολογιστών η επίλυση και διαχείριση των πολύπλοκων προβλημάτων έγινε πιο εύκολη. Όλο και περισσότεροι επιστήμονες ασχολούνται με την επιχειρησιακή έρευνα που πλέον βρίσκει εφαρμογή στις επιχειρήσεις, βιομηχανίες αλλά και σε κάποιες κρατικές υπηρεσίες και οργανισμούς.

Πεδία με τα οποία ασχολείται η σύγχρονη επιχειρησιακή έρευνα είναι:

- Πρόβλημα Μεταφοράς
- Προγραμματισμός εφοδιαστικής αλυσίδας
- Έλεγχος Αποθεμάτων
- Βελτιστοποίηση του δικτύου

2.2 Η επίδραση της αβεβαιότητας στον έλεγχο αποθέματος.

Σε πολλές περιπτώσεις η ζήτηση μπορεί να θεωρείται σταθερή και δεδομένη μέσα στον χρόνο. Σε πληθώρα όμως εφαρμογών η ζήτηση μπορεί να έχει μια εμπειρική κατανομή μέσα στον χρόνο που δεν είναι τυποποιημένη ή μπορεί να ακολουθεί κάποια ειδική κατανομή, όπως η κανονική που χρησιμοποιείται στα αριθμητικά παραδείγματα αυτής της εργασίας, οπότε το σύστημα καλείται στοχαστικό.

Η σημαντικότερη λοιπόν πηγή αβεβαιότητας στα μοντέλα ελέγχου αποθέματος είναι η τυχαία ζήτηση. Αν η ζήτηση ξεπεράσει την πρόβλεψη ή είναι λιγότερη αυτής, ο διαχειριστής του αποθέματος θα έχει χαμένες πωλήσεις ή θα έχει αναξιποίητες μονάδες προϊόντος στο τέλος της περιόδου. Η αβεβαιότητα της ζήτησης όμως δεν είναι απαραίτητα η μόνη πηγή τυχαιότητας. Τα τελευταία χρόνια έχει επίσης δοθεί έμφαση στα μοντέλα με αβεβαιότητα στη παράδοση της παραγγελίας. Η παρουσία της τυχαιότητας στη ζήτηση και στη παράδοση ενισχύει το επίπεδο της αβεβαιότητας και οδηγεί σε πολυπλοκότερα προβλήματα.

Η αβεβαιότητα στη παράδοση είναι ένα θέμα που δεν πρέπει να αμελείται αλλά ούτε να υποτιμάται. Υπάρχουν πολλά παραδείγματα που αφορούν οικονομικές απώλειες που προκλήθηκαν από τυχαιότητα στη παράδοση η οποία οφειλόταν σε αντιξοότητες στην παραγωγή ή στη διαδικασία μεταφοράς των προϊόντων. Ένα συμβάν που εντοπίζεται τα τελευταία χρόνια είναι η δυσκολία που προέκυψε στους εφοδιασμούς λόγω της ηφαιστειακής τέφρας του ηφαιστείου της Ισλανδίας την άνοιξη του 2010. Είχε ως αποτέλεσμα η γερμανική μόνο οικονομία να έχει απώλειες του ενός δισεκατομμυρίου ευρώ (Bojanowski et al. 2010)

Κεφάλαιο 3- Το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη και επεκτάσεις

3.1 Το κλασικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη

Το απλό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη είναι ένα από τα κλασικά προβλήματα που συναντώνται στη βιβλιογραφία πάνω στον έλεγχο αποθεμάτων. Εφαρμογή μπορεί να βρει στον προγραμματισμό των εργασιών εταιρειών που τα προϊόντα τους θεωρούνται χρήσιμα για μια περίοδο. Ένας γενικός τρόπος με τον οποίο μπορεί να περιγραφεί το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη είναι ο παρακάτω.

Ας θεωρηθεί μια εφοδιαστική αλυσίδα η οποία απαρτίζεται από τρεις κόμβους, τον προμηθευτή, τον αγοραστή (εφημεριδοπώλη) και τον πελάτη. Στην αρχή μιας περιόδου, ο αγοραστής ενδιαφέρεται να προσδιορίσει μια βέλτιστη πολιτική αποθέματος (Q) ώστε να ικανοποιήσει την ολική ζήτηση του πελάτη. Αυτή η ζήτηση του πελάτη θεωρείται τυχαία και χαρακτηρίζεται από μία τυχαία μεταβλητή X με συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$ και συνάρτηση αθροιστικής κατανομής της πιθανότητας $F(x)$. Την ποσότητα Q την αγοράζει ο “εφημεριδοπώλης” από τον προμηθευτή για μία συγκεκριμένη τιμή ανά προϊόν c . Ο προμηθευτής λειτουργεί χωρίς περιορισμούς χωρητικότητας και μηδενικό χρόνο παράδοσης και έτσι μία παραγγελία η οποία δίνεται στην αρχή της περιόδου από τον αγοραστή στον προμηθευτή παραδίδεται αμέσως. Οι πωλήσεις του προϊόντος πραγματοποιούνται στη διάρκεια ή στο τέλος της περιόδου. Διακρίνονται λοιπόν δύο περιπτώσεις:

1. Αν $Q \geq X$, τότε $Q - X$ μονάδες προϊόντος απομένουν στο τέλος της περιόδου και αποσύρονται σε μια τιμή $h < c$.
2. Αν $Q < X$, τότε $X - Q$ μονάδες προϊόντος οι οποίες θεωρούνται “χαμένες πωλήσεις” κοστίζουν στον αγοραστή p ανά χαμένη πώληση.

Θεωρώντας λοιπόν μια τιμή πώλησης r , το κέρδος του αγοραστή στο τέλος της περιόδου είναι:

$$\Pi(Q, X) = \begin{cases} rX - cQ + h(Q - X), & Q \geq X \\ rQ - cQ - p(X - Q), & Q < X \end{cases} \quad (1)$$

Καθώς η ζήτηση δεν είναι γνωστή στην αρχή της περιόδου, ο αγοραστής δεν είναι σε θέση να γνωρίζει το πραγματικό κέρδος. Έτσι λοιπόν η συνήθης προσέγγιση για την ανάλυση του προβλήματος είναι ότι ο αγοραστής αποφασίζει την βέλτιστη ποσότητα Q στην αρχή της περιόδου με το να μεγιστοποιεί το συνολικό αναμενόμενο κέρδος. Αυτό είναι:

$$\begin{aligned} E[\Pi(Q)] &= \int_0^Q [rx - cQ + h(Q - x)]f(x)dx + \int_Q^\infty [rQ - cQ - p(x - Q)]f(x)dx \\ &= (r - h)\mu - (c - h)Q - (r - h + p)E[S(Q)] \end{aligned} \quad (2)$$

Όπου $E[\Pi(Q)]$ είναι το προσδοκώμενο κόστος, μ είναι η μέση τιμή της ζήτησης και $E[S(Q)]$ οι χαμένες πωλήσεις οι οποίες μπορούν να γραφούν $\int_Q^\infty (x-Q)f(x)dx$.

Είναι σχετικά εύκολο να δειχθεί ότι η εξίσωση (2) είναι κοίλη και έτσι οι προϋποθέσεις πρώτης τάξης (FOQs) είναι αναγκαίοι και επαρκείς για να προσδιοριστεί η ποσότητα Q οποία μεγιστοποιεί την εξίσωση. Αυτή η βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας (Q^*) είναι τόσο ώστε:

$$F(Q^*) = \frac{p+r-c}{p+r-h} \quad (3)$$

Και το αντίστοιχο κέρδος για τον αγοραστή είναι:

$$E[\Pi(Q^*)] = (r-h)\mu - (r-h+p) \int_{Q^*}^\infty xf(x)dx \quad (4)$$

Πολλές φορές για ευκολία θεωρείται ένα κόστος c_o "overage cost" το οποίο είναι κόστος ανά μονάδα προϊόντος που μένει απούλητο στο τέλος μιας περιόδου και ένα κόστος c_u "underage cost" που είναι το κόστος των χαμένων πωλήσεων, δηλαδή της ζήτησης που δεν ικανοποιήθηκε. Σε αυτή την περίπτωση λοιπόν $F(Q^*) = \frac{c_u}{c_o+c_u}$ όπου $c_u = r - c + p$ και $c_o = c - h$.

3.2 Αναξιόπιστος προμηθευτής

Το κλασικό πρόβλημα μιας περιόδου έχει παίξει μεγάλο ρόλο για πολλά χρόνια στη θεωρία και στις εφαρμογές του ελέγχου αποθεμάτων. Μία από τις κύριες παραδοχές στην μοντελοποίηση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη είναι ότι η ποσότητα που έχει παραγγελθεί παραδίδεται εξ ολοκλήρου από τον προμηθευτή, αυτό όμως μπορεί για διάφορους λόγους να μη συμβαίνει. Αυτοί οι λόγοι για παράδειγμα μπορεί να είναι δυσμενείς καιρικές συνθήκες, προβλήματα στην ποιότητα του προϊόντος, φθορές κατά τη διάρκεια της μεταφοράς κ.α. . Προκύπτει λοιπόν το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα και διατυπώνεται όπως παρακάτω.

Όπως και στο κλασικό πρόβλημα του εφημεριδοπώλη η ζήτηση από τον πελάτη είναι η συνεχής τυχαία μεταβλητή X με αθροιστική συνάρτηση $F(x)$ και συνάρτηση πυκνότητας της πιθανότητας $f(x)$. Το ύψος της παραγγελίας (Q) αποφασίζεται από τον αγοραστή πριν γίνει γνωστή η ζήτηση. Καθώς όμως ο προμηθευτής είναι αναξιόπιστος το ποσοστό της παραγγελίας που παραδίδεται είναι και αυτό συνεχής τυχαία μεταβλητή ορισμένη στο διάστημα $[0,1]$. Συνεπώς η παραδιδόμενη ποσότητα από τον προμηθευτή είναι $Q \cdot U$. Ο αγοραστής πληρώνει στον προμηθευτή c ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας. Πουλά στον πελάτη σε τιμή r ανά μονάδα πώλησης και σε περίπτωση που το απόθεμα δεν επαρκεί για

να καλύψει τη ζήτηση τότε χρεώνεται p ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης και αν στο τέλος της περιόδου υπάρχει υπόλοιπο προϊόν τότε το επιστρέφει με τιμή h ανά επιστρεφόμενη μονάδα, όπου $h < c < r$. Το πρόβλημα και εδώ λοιπόν είναι να βρεθεί η ποσότητα παραγγελίας που μεγιστοποιεί το αναμενόμενο κέρδος.

Για δεδομένη ποσότητα παραγγελίας Q το αναμενόμενο κέρδος είναι:

$$E \left\{ -cQU + \int_0^{QU} h(QU - x)f(x)dx - \int_{QU}^{\infty} p(x - QU)f(x)dx + \int_0^{QU} rx f(x)dx + \int_{QU}^{\infty} rQU f(x)dx \right\}$$

Παίρνοντας την παράγωγο ως προς Q προκύπτει:

$$E \{ (p + r - c)U - (p + r - h)UF(QU) \}$$

Η βέλτιστη ποσότητα λοιπόν είναι αυτή που μηδενίζει την παράγωγο, άρα ικανοποιεί την σχέση:

$$(p + r - h)E \{ UF(QU) \} - (p + r - c)E \{ U \} = 0 \quad (5)$$

3.3 Χρήση εφεδρικού προμηθευτή

Μία ακόμα επέκταση του προβλήματος του εφημεριδοπώλη είναι η χρήση εφεδρικού προμηθευτή στην περίπτωση του αναξιόπιστου κανονικού και αυτό αποτελεί το αντικείμενο μελέτης αυτής της διπλωματικής εργασίας. Ο αγοραστής λοιπόν πέρα από το να παραγγέλνει από τον κανονικό προμηθευτή στην αρχή της περιόδου προπληρώνει και εξασφαλίζει μία ποσότητα την οποία παραλαμβάνει αν θελήσει, σε περίπτωση δηλαδή που η παραδιδόμενη ποσότητα από τον κύριο προμηθευτή δεν επαρκεί. Το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα και χρήση εφεδρικού προμηθευτή διατυπώνεται όπως παρακάτω.

Η ζήτηση είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή X με αθροιστική συνάρτηση $F(x)$ και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x)$. Το ύψος της παραγγελίας στον κύριο προμηθευτή είναι Q και είναι πιθανό να εξασφαλίζεται και μια ποσότητα K από έναν αξιόπιστο εφεδρικό προμηθευτή. Ορίζεται ως S η παραδιδόμενη ποσότητα από τον κύριο προμηθευτή η οποία είναι συνεχής τυχαία μεταβλητή. Ο αγοραστής πληρώνει στον κύριο προμηθευτή c που είναι το κόστος ανά μονάδα παραδιδόμενης παραγγελίας έχοντας δηλαδή συνολικό κόστος Sc . Όσον αφορά τον εφεδρικό προμηθευτή, ο αγοραστής πληρώνει όταν κάνει την παραγγελία c_R που είναι το κόστος ανά μονάδα εξασφαλισμένης ποσότητας και σε περίπτωση που παραλάβει την εξασφαλισμένη ποσότητα ή μέρος αυτής χρεώνεται c_E το οποίο είναι το κόστος ανά μονάδα αγοράς από τον εφεδρικό προμηθευτή. Φυσικά για να έχει νόημα το

πρόβλημα πρέπει να ικανοποιείται ο περιορισμός $c_E + c_R > c$. Όπως και στα παραπάνω μοντέλα η τιμή πώλησης ανά μονάδα είναι r , το κόστος ανά μονάδα ανικανοποίητης ζήτησης είναι p και η τιμή πώλησης ανά επιστρεφόμενη μονάδα στο τέλος της περιόδου είναι, h όπου $h < c < r$.

Η παραγγελία στον εφεδρικό προμηθευτή πραγματοποιείται αφού γίνει γνωστή η παραδιδόμενη ποσότητα από τον κύριο προμηθευτή. Σύμφωνα με το κλασικό μοντέλο του εφημεριδοπώλη το ύψος της παραγγελίας πρέπει να είναι τόσο ώστε το σύνολο να είναι I , όπου: $I = F^{-1}\left(\frac{p+r-c_E}{p+r-h}\right)$. Αυτό φυσικά ισχύει αν δεν υπάρχει περιορισμός στο ύψος της παραγγελίας. Επομένως αγοράζει $I-S$ αν $0 < I-S < K$, K αν $I-S \geq K$ και τίποτα αν $I \leq S$.

Το πρόβλημα λοιπόν είναι να προσδιοριστούν οι τιμές Q, K που μεγιστοποιούν το αναμενόμενο κέρδος $\Pi(Q, K)$. Για να γίνει ο υπολογισμός αυτός διατυπώνονται οι παρακάτω εξισώσεις. Θεωρείται ένα αναμενόμενο έσοδο $L(z)$, όπου z είναι η συνολική ποσότητα που έχει παραδοθεί από τους δύο προμηθευτές.

$$\begin{aligned} L(z) &= \int_0^z h(z-x)f(x)dx - \int_z^\infty p(x-z)f(x)dx + \int_0^z rx f(x)dx + \int_z^\infty rz f(x)dx = \\ &= h \int_0^z (z-x)f(x)dx - (p+r) \int_z^\infty (x-z)f(x)dx + r\mu \end{aligned} \quad (6)$$

Στη συνέχεια ορίζεται ως U το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας από τον κύριο προμηθευτή το οποίο είναι μία συνεχής τυχαία μεταβλητή στο $[0,1]$ με αθροιστική συνάρτηση $G(u)$ και συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $g(u)$. Η παραδιδόμενη ποσότητα λοιπόν από τον κύριο προμηθευτή είναι $S=QU$. Η συνάρτηση κέρδους είναι μια σύνθετη συνάρτηση και έχει την παρακάτω μορφή:

- Στην πρώτη περίπτωση αν $Q+K < I$ τότε ο αγοραστής αγοράζει σίγουρα όλη την εξασφαλισμένη ποσότητα K από τον εφεδρικό προμηθευτή και η συνάρτηση κέρδους είναι της μορφής:

$$\Pi(Q, K) = -cQE(U) - (c_R + c_E)K + \int_0^1 L(Qu + K)g(u)du \quad (7)$$

- Στην δεύτερη περίπτωση αν $Q+K \geq I$ και $Q < I$, ο αγοραστής αγοράζει όλη την ποσότητα K από τον εφεδρικό προμηθευτή αν $QU < I-K$, αλλιώς αγοράζει $I-QU$. Εδώ η συνάρτηση έχει την εξής μορφή:

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, K) = & -cQE(U) - c_R K - c_E K G\left(\frac{I-K}{Q}\right) + \int_{u=0}^{\frac{I-K}{Q}} L(Qu + K)g(u)du \\
& - c_E \int_{u=\frac{I-K}{Q}}^1 (I - Qu)g(u)du + \int_{u=\frac{I-K}{Q}}^1 L(I)g(u)du
\end{aligned} \tag{8}$$

- Τέλος στην περίπτωση που $Q \geq I$ αγοράζει ως εξής από τον εφεδρικό προμηθευτή. Αν $QU < I - K$ τότε αγοράζει όλη την ποσότητα K , αν $I - K \leq QU < I$ αγοράζει $I - QU$ και τίποτα αν $QU \geq I$. Οπότε η συνάρτηση κέρδους διατυπώνεται όπως παρακάτω:

$$\begin{aligned}
\Pi(Q, K) = & -cQE(U) - c_R K - c_E K G\left(\frac{I-K}{Q}\right) + \int_{u=0}^{\frac{I-K}{Q}} L(Qu + K)g(u)du \\
& - c_E \int_{u=\frac{I-K}{Q}}^{\frac{I}{Q}} (I - Qu)g(u)du + \int_{u=\frac{I-K}{Q}}^{\frac{I}{Q}} L(I)g(u)du + \int_{u=\frac{I}{Q}}^1 L(Qu)g(u)du
\end{aligned} \tag{9}$$

Κεφάλαιο 4- Παρουσίαση παραδειγμάτων και αποτελεσμάτων

4.1 Βέλτιστη ποσότητα παραγγελίας

Στην λήψη της βέλτιστης επιλογής των δύο ποσοτήτων που θα παραγγελθούν ξεχωριστά από τον κύριο και τον εφεδρικό προμηθευτή μεγάλο ρόλο παίζει σχεδόν κάθε παράμετρος του προβλήματος. Στα παρακάτω υποκεφάλαια παρουσιάζονται αναλυτικά παραδείγματα για διάφορες μεταβολές των παραμέτρων και τα αποτελέσματα που εξήχθησαν από αυτά. Τα βέλτιστα (Q, K) υπολογίζονται με κώδικα που γράφτηκε στο MATLAB και δίνεται στο παράρτημα στο τέλος της εργασίας.

4.1.1 Κρίσιμη τιμή του κόστους εξασφάλισης από τον εφεδρικό προμηθευτή

Είναι λογικό πως όσο αυξάνεται η τιμή εξασφάλισης μίας μονάδας από τον εφεδρικό προμηθευτή τόσο φθίνει η χρήση του από τον αγοραστή. Παρατηρείται ότι φτάνοντας και ξεπερνώντας μία κρίσιμη τιμή c_R^* ο εφεδρικός προμηθευτής παύει να χρησιμοποιείται. Αρχικά λοιπόν παρακάτω παρουσιάζεται ένας τρόπος εύρεσης της κρίσιμης τιμής αυτής και στη συνέχεια αποτελέσματα από κάποια παραδείγματα που επιβεβαιώνουν τα παραπάνω.

Πρώτα υπολογίζεται η παράγωγος της συνάρτησης κόστους ως προς το K :

- Για $Q + K < I$ παραγωγίζεται η (7)

$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial K} &= -c_R + (p + r - c_E) - (p + r - h)E[F(QU + K)] \\ &= -c_R + (p + r - h)[F(I) - E[F(QU + K)]]\end{aligned}\quad (10)$$

- Για $Q > I$ παραγωγίζεται η (9)

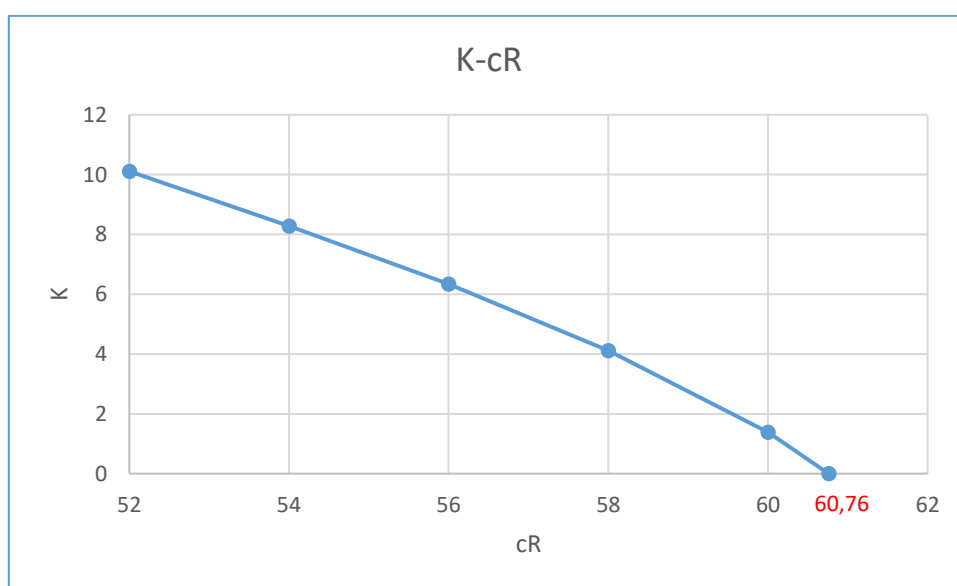
$$\begin{aligned}\frac{\partial \Pi}{\partial K} &= -c_R + (p + r - c_E)G\left(\frac{I - K}{Q}\right) - \int_0^{\frac{I - K}{Q}} (p + r - h)F(QU + K)g(u)du \\ &= -c_R + (p + r - h)\left[F(I)G\left(\frac{I - K}{Q}\right) - \int_0^{\frac{I - K}{Q}} F(QU + K)g(u)du\right]\end{aligned}\quad (11)$$

Για τη συνέχεια ορίζεται η ποσότητα Q^* που είναι η βέλτιστη παραγγελία στην περίπτωση του μοντέλου χωρίς εφεδρικό προμηθευτή που παρουσιάζεται στο 3.2 και προφανώς το K είναι μηδέν αφού δεν γίνεται χρήση εφεδρικού. Η κρίσιμη τιμή του κόστους εξασφάλισης c_R^* μπορεί να υπολογισθεί ανά περίπτωση.

- Αν $Q^* < I$ τότε $c_R^* = (p + r - h)[F(I) - E[F(Q^*U)]]$

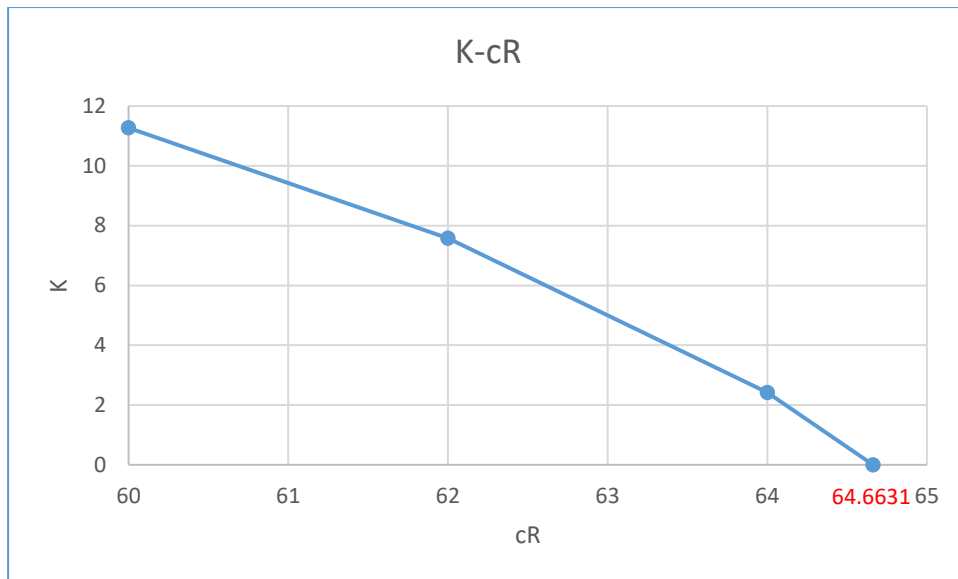
Για να επιβεβαιωθεί πως με τον συγκεκριμένο τρόπο προκύπτει όντως η κρίσιμη τιμή, έγιναν ορισμένα αριθμητικά παραδείγματα τα οποία παρουσιάζονται παρακάτω.

Για το πρώτο παράδειγμα η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2 ενώ το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή με εύρος [0,5-1]. Οι παράμετροι παίρνουν τις τιμές: $h = 18$, $p = 40$, $r = 150$, $c = 70$, $c_E = 19$. Όντως για τις παραπάνω παραμέτρους $I = 15.0465$ και $Q^* = 14.8456$ άρα $Q^* < I$. Λύνοντας την (12) προκύπτει πως η τιμή από την οποία και μετά δεν συμφέρει η χρήση του εφεδρικού είναι $c_R^* = 60.76$. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 1) φαίνεται η πτώση της χρήσης του εφεδρικού προμηθευτή η οποία μηδενίζεται όταν το κόστος εξασφάλισης μίας μονάδας φτάσει στο $c_R^* = 60.76$.



Σχήμα 1 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -1^η περίπτωση, 1^ο παράδειγμα-

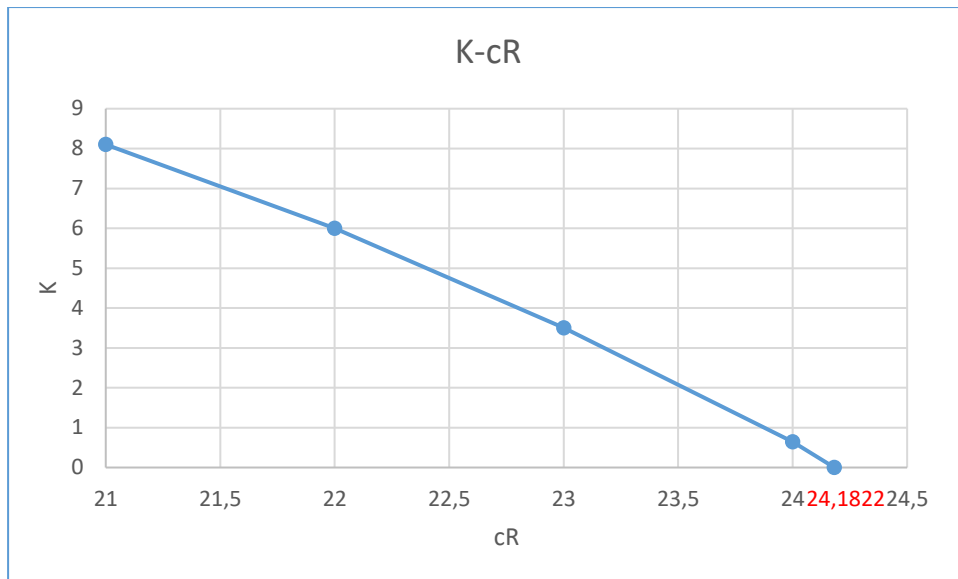
Στη συνέχεια έγινε ένα ακόμα παράδειγμα για την συγκεκριμένη περίπτωση, για τη ζήτηση χρησιμοποιήθηκε κανονική κατανομή με μέση τιμή 15 και τυπική απόκλιση 3, ενώ για το ποσοστό παράδοσης ομοιόμορφη κατανομή με εύρος [0,4-0,9] επίσης ορίστηκαν τα: $h = 10$, $p = 5$, $r = 110$, $c = 70$, $c_E = 12$. Οπότε $I = 21.2215$ και $Q^* = 20.6948$, άρα $Q^* < I$. Λύνοντας ξανά τη (12) προκύπτει πως $c_R^* = 64,6631$. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 2) φαίνεται και εδώ η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή να φθίνει καθώς το κόστος εξασφάλισης αυξάνεται, μόλις αυτό φτάσει τη κρίσιμη τιμή το K μηδενίζεται καθώς η χρήση του δεν είναι πλέον συμφέρουσα.



Σχήμα 2 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -1η περίπτωση, 2ο παράδειγμα -

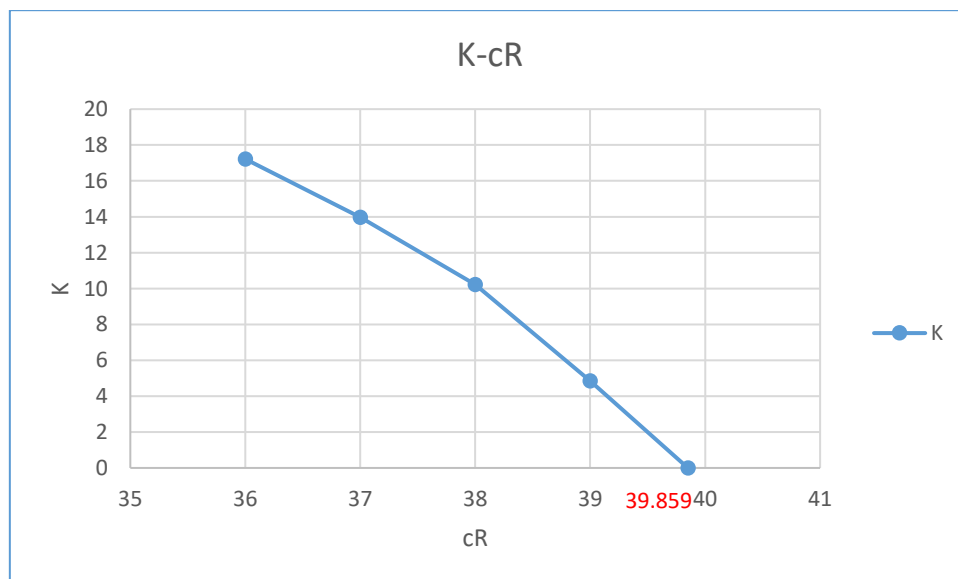
- Αν $Q^* > I$, τότε $c_R \geq (p + r - h) \left[F(I)G\left(\frac{I}{Q}\right) - \int_0^{\frac{I}{Q}} F(QU)g(u)du \right]$

Ξανά σε αυτή την περίπτωση έγιναν αριθμητικά παραδείγματα ώστε να επιβεβαιωθεί το παραπάνω. Στο πρώτο παράδειγμα χρησιμοποιήθηκαν τα $h = 5$, $p = 7$, $r = 70$, $c = 40$, $c_E = 20$ ως παράμετροι του προβλήματος, για τη ζήτηση χρησιμοποιήθηκε κανονική κατανομή με μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2, ενώ για την παράδοση ομοιόμορφη κατανομή με εύρος τιμών $[0,5-1]$. Από τα παραπάνω δεδομένα υπολογίστηκε ότι $Q^* = 12.9201$ και $I = 11.6244$ άρα $Q^* > I$ ενώ από τη (13) υπολογίστηκε ότι η κρίσιμη τιμή είναι $c_R^* = 24,1822$. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 3) φαίνεται ότι η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή φθίνει καθώς αυξάνεται το c_R έως που φτάνει την κρίσιμη τιμή $c_R^* = 24,1822$ και μηδενίζεται. Από αυτή την τιμή και μετά ο εφεδρικός προμηθευτής δεν χρησιμοποιείται.



Σχήμα 3 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -2^η περίπτωση, 1^ο παράδειγμα-

Πραγματοποιήθηκε ακόμα ένα παράδειγμα για τη συγκεκριμένη περίπτωση με τη ζήτηση να ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 20 και τυπική απόκλιση 2 και την παράδοση να είναι ομοιόμορφη κατανομή με εύρος [0.6-1]. Ακόμα ορίστηκαν τα: $h = 20$, $p = 25$, $r = 80$, $c = 60$, $c_E = 25$. Προκύπτει ότι $Q^* = 24.7122$ και $I = 23.1295$ άρα $Q^* > I$. Υπολογίσθηκε το κρίσιμο κόστος εξασφάλισης από τον εφεδρικό προμηθευτή και βρέθηκε $c_R^* = 39.859$ στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 4) φαίνεται μεταβολή της χρήσης του εφεδρικού. Το K και εδώ μηδενίζει όταν το c_R φτάσει και ξεπεράσει τη κρίσιμη τιμή.

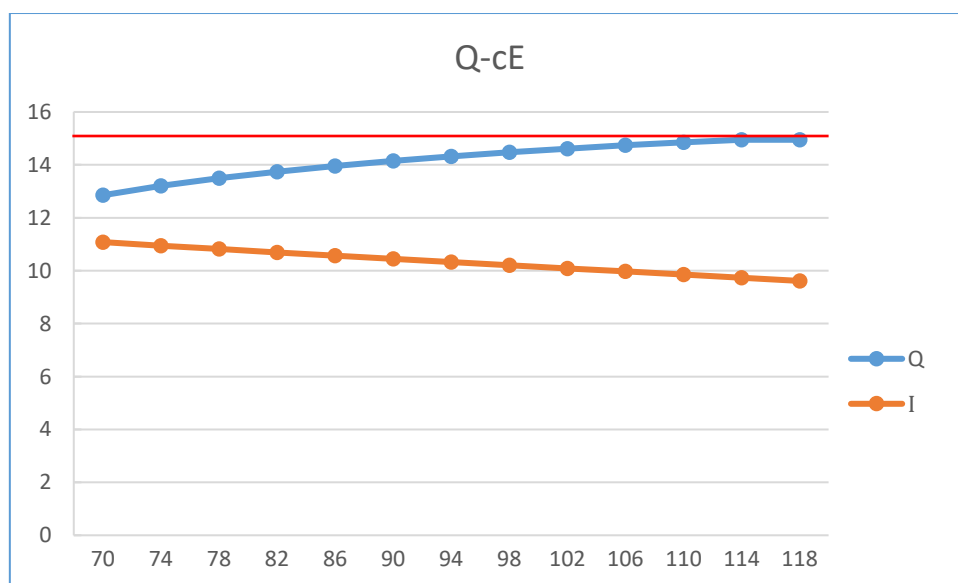


Σχήμα 4 Κρίσιμη Τιμή Εξασφάλισης Εφεδρικού Προμηθευτή -2^η περίπτωση, 2^ο παράδειγμα-

4.1.2 Συμπεριφορά του μοντέλου σε σχέση με το κόστος αγοράς μίας μονάδας από τον εφεδρικό προμηθευτή.

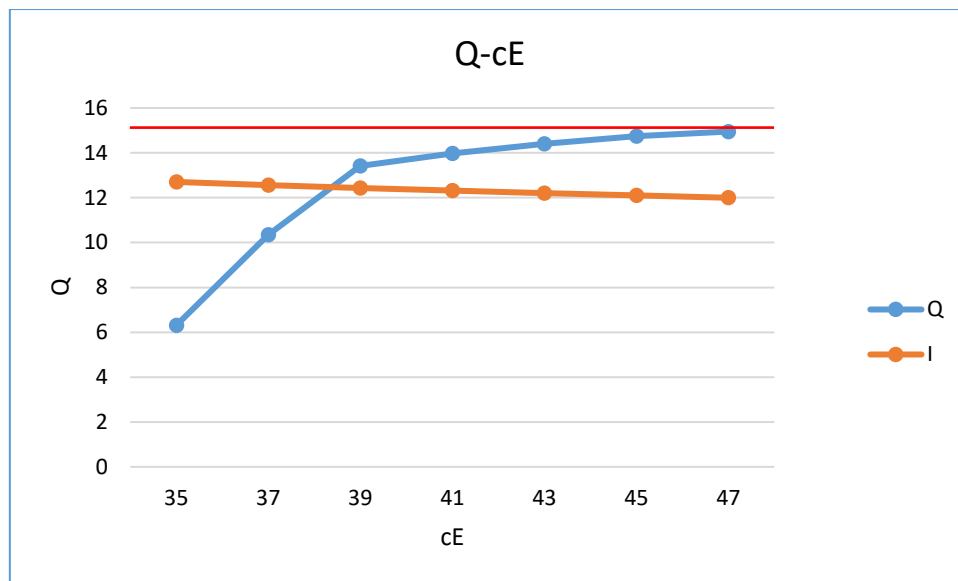
Σε αυτό το υποκεφάλαιο παρουσιάζονται τα αποτελέσματα αριθμητικών παραδειγμάτων στα οποία μεταβάλλεται το κόστος αγοράς μίας μονάδας από τον εφεδρικό προμηθευτή.

Στο παρακάτω παράδειγμα μελετάται η συμπεριφορά του μοντέλου σε αλλαγές της τιμής αγοράς μίας εξασφαλισμένης μονάδας όταν ισχύει $c_E < Q$ και φυσικά $c_R < c_R^*$. Η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2, το ποσοστό της παραδιδόμενης ποσότητας περιγράφεται από την ομοιόμορφη κατανομή με εύρος $[0,5-1]$, τέλος $h = 20$, $p=40$, $r=150$, $c=70$, $c_R = 10$. Στο διάγραμμα (Σχήμα 5) φαίνεται η χρήση του κύριου προμηθευτή (Q), η οποία όταν η τιμή c_E αυξάνεται πολύ αυτή σταθεροποιείται στη ποσότητα παραγγελίας η οποία προκύπτει από το μοντέλο χωρίς εφεδρικό προμηθευτή (Q^*). Σημαντική παρατήρηση εδώ είναι ότι το βέλτιστο Q σε κάθε περίπτωση είναι μεταξύ του I και του Q^* . Στο διάγραμμα η κόκκινη ευθεία είναι το $Q^* = 14.9493$ ενώ η πορτοκαλί καμπύλη προκύπτει από τα κατά περίπτωση I .



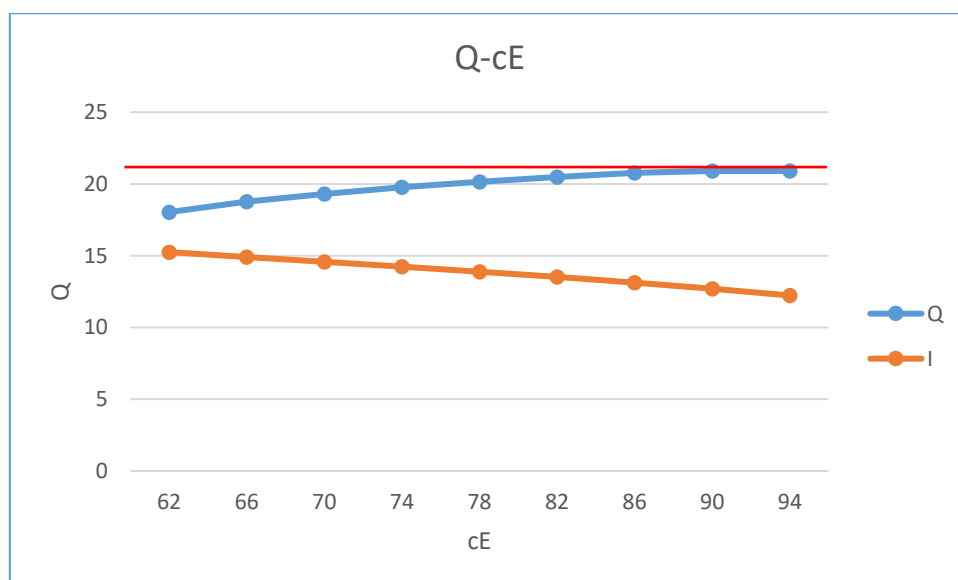
Σχήμα 5 Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το c_E -1^ο παράδειγμα-

Πρέπει να σημειωθεί πως για $c_E < c$ δεν παρατηρείται παρόμοια συμπεριφορά, δηλαδή το Q αν και είναι μικρότερο του Q^* δεν είναι υποχρεωτικά πάντα μεγαλύτερο του I (Σχήμα 6).



Σχήμα 6- Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το c_E , όταν $c_E < c$ -

Στη συνέχεια πραγματοποιείται ένα ακόμα παράδειγμα στο οποίο ισχύει πάλι $c_E > c$ και $c_R < c_R^*$. Πιο συγκεκριμένα η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 15 και τυπική απόκλιση 3, η κατανομή της παράδοσης είναι ομοιόμορφη με εύρος τιμών $[0.4-1]$, επίσης $h=20$, $p=10$, $r=100$, $c=60$, $c_R=5$. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 7) φαίνεται το βέλτιστο Q κατά περίπτωση να είναι ανάμεσα στο I και στο Q^* . Η πορτοκαλί καμπύλη σχηματίζεται από τα ανά περίπτωση I , ενώ η κόκκινη ευθεία είναι το $Q^* = 20,9008$.



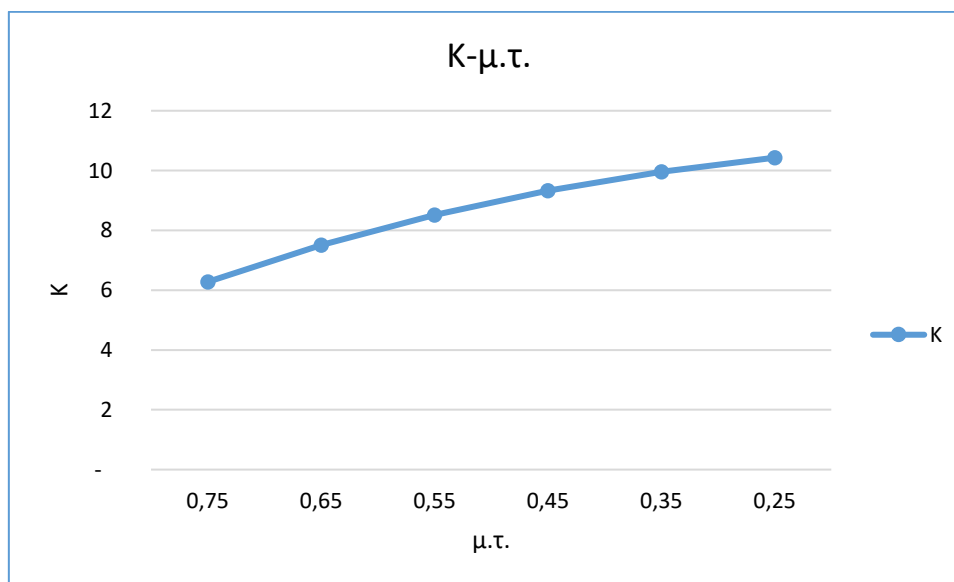
Σχήμα 7 Χρήση Κύριου Προμηθευτή Ανάλογα με το c_E -2^ο παράδειγμα-

4.2 Συμπεριφορά του μοντέλου σε μεταβολές της παραδιδόμενης ποσότητας

Σε αυτό το υποκεφάλαιο σκοπός ήταν να μελετηθεί η συμπεριφορά του μοντέλου καθώς γίνονται αλλαγές στην παραδιδόμενη ποσότητα. Για την πραγματοποίηση του πρώτου παραδείγματος έγινε χρήση της ομοιόμορφης κατανομής για το ποσοστό παραγγελίας που παραδίδεται και της κανονικής κατανομής για τη ζήτηση. Οι παράμετροι είναι οι παρακάτω: $h = 20, p = 40, r = 150, c = 70, c_R = 40, c_E = 35$. Για την κανονική κατανομή η μέση τιμή είναι 10 και η τυπική απόκλιση 2, ενώ οι κατά περίπτωση μέσες τιμές της ομοιόμορφης κατανομής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα.

Εύρος	Μέση Τιμή	Διακύμανση
[0,5-1,0]	0,75	0,0208
[0,4-0,9]	0,65	0,0208
[0,3-0,8]	0,55	0,0208
[0,2-0,7]	0,45	0,0208
[0,1-0,6]	0,35	0,0208
[0,0-0,5]	0,25	0,0208

Στο διάγραμμα που ακολουθεί (Σχήμα 8) φαίνεται η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή σε σχέση με την αλλαγή της μέσης τιμής της παράδοσης. Παρατηρούμε ότι όσο φθίνει η μέση τιμή ο αγοραστής παραγγέλλει όλο και περισσότερο από τον εφεδρικό προμηθευτή.



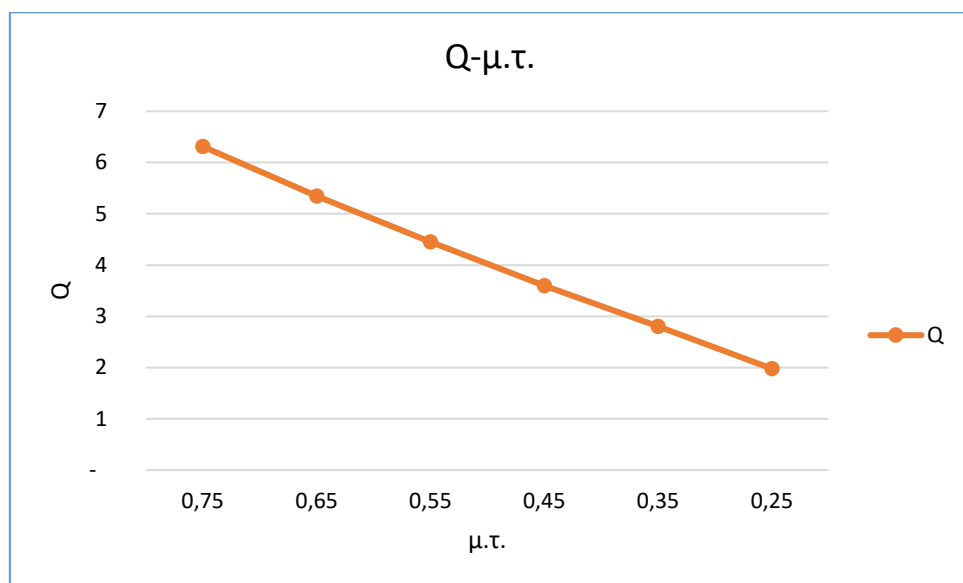
Σχήμα 8 Χρήση εφεδρικού προμηθευτή- Φθίνουσα μέση τιμή παράδοσης

Σε αυτό το σημείο μπορούμε να θεωρήσουμε μία οριακή περίπτωση όπου χρησιμοποιείται μόνο ο εφεδρικός προμηθευτής ως μια πλήρως αξιόπιστη αλλά και ακριβότερη λύση. Η ποσότητα η οποία παραγγέλλει ο πωλητής είναι

$$Q_E = F^{-1} \left(\frac{p+r-(c_E+c_R)}{p+r-h} \right) \text{ και στο συγκεκριμένο παράδειγμα ισούται με}$$

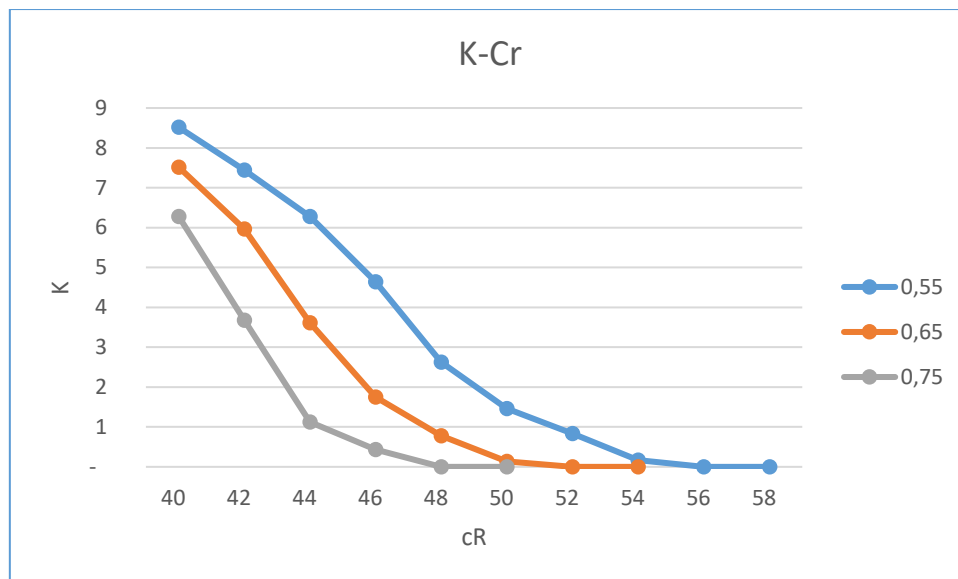
$Q_E = 10.5986$. Όπως φαίνεται στο παραπάνω διάγραμμα (Σχήμα 8) η ποσότητα που εξασφαλίζεται από τον εφεδρικό προμηθευτή είναι πάντα μικρότερη του Q_E . Όσο η μέση τιμή της παραδιδόμενης ποσότητας μειώνεται τόσο το K πλησιάζει στο 10,5986 αλλά δε πρόκειται να το ξεπεράσει γιατί πλέον δε θα είχε νόημα το πρόβλημα.

Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 9) φαίνεται η μεταβολή της χρήσης του κύριου προμηθευτή σχετικά με την μέση τιμή της παραδιδόμενης ποσότητας. Όπως ήταν αναμενόμενο η ποσότητα που παραγγέλνει ο αγοραστής από τον κύριο προμηθευτή φθίνει με τη πτώση της μέσης τιμής.



Σχήμα 9 Χρήση κανονικού προμηθευτή- Φθίνουσα μέση τιμή παράδοσης

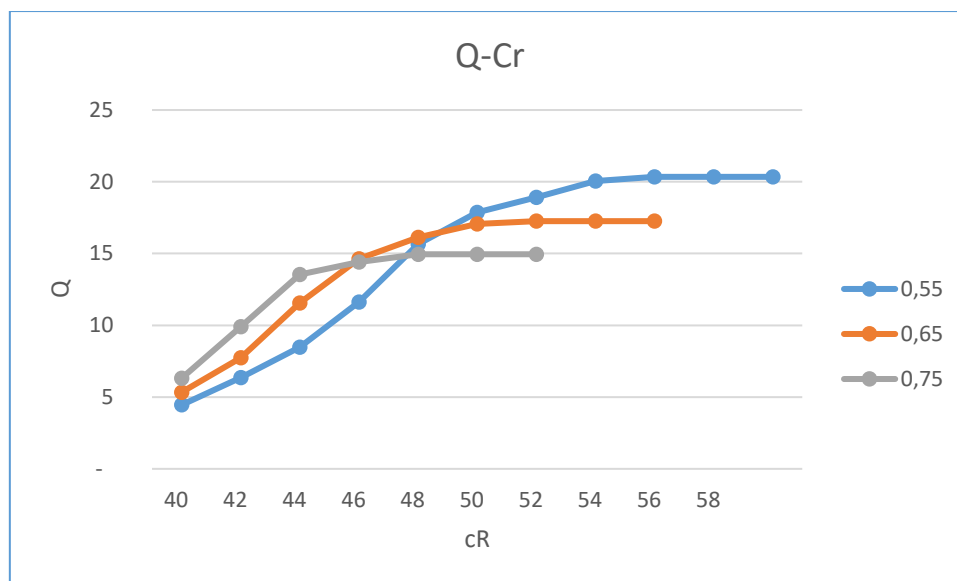
Στη συνέχεια έγινε ξανά αλλαγή της μέσης τιμής κρατώντας τη διακύμανση σταθερή. Εκτός αυτού σε κάθε περίπτωση αυξήθηκε η τιμή της μίας μονάδας του εφεδρικού προμηθευτή αυξάνοντας το κόστος εξασφάλισης (c_R). Στο (Σχήμα 10) λοιπόν περιγράφεται η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή καθώς αυξάνεται το κόστος εξασφάλισης μιας μονάδας από αυτόν. Παράλληλα γίνεται σύγκριση με την κατά περίπτωση μέση τιμή.



Σχήμα 10 Χρήση εφεδρικού με αύξηση του κόστους εξασφάλισης

Όπως ήταν αναμενόμενο ο εφεδρικός προμηθευτής χρησιμοποιείται λιγότερο όσο αυξάνεται το κόστος της εξασφαλισμένης μονάδας μέχρι να μη χρησιμοποιείται καθόλου, όσο όμως φθίνει η μέση τιμή τόσο πιο αργά μειώνεται η χρήση του.

Ενδιαφέρον έχει και η αποτύπωση της χρήσης του κανονικού προμηθευτή σε διάγραμμα (Σχήμα 11). Όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα η χρήση του κύριου προμηθευτή αυξάνεται με την αύξηση του κόστους του εφεδρικού όπως ήταν αναμενόμενο. Παρατηρούμε και εδώ πως όσο φθίνει η μέση τιμή τόσο πιο αργά σταθεροποιείται το Q σε μια συγκεκριμένη τιμή. Αυτή η τιμή είναι η ποσότητα που αγοράζει ο αγοραστής όταν μηδενιστεί το K. Διαπιστώνεται πως είναι η ίδια ακριβώς τιμή που θα παίρναμε από το μοντέλο του εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στην παράδοση χωρίς όμως τη χρήση εφεδρικού προμηθευτή. Παρατηρείται ακόμα μια εναλλαγή στην συμπεριφορά του μοντέλου σε χαμηλές και υψηλές τιμές κόστους εξασφάλισης. Για χαμηλά κόστη ο αγοραστής χρησιμοποιεί περισσότερο τον κύριο προμηθευτή όταν η μέση τιμή της παραδιδόμενης ποσότητας είναι μεγαλύτερη, το αντίθετο συμβαίνει για μεγαλύτερα κόστη εξασφάλισης. Αυτό συμβαίνει επειδή τα υψηλά κόστη εξασφάλισης υπερβαίνουν τη ζημία που προκαλεί η αβεβαιότητα της παράδοσης.

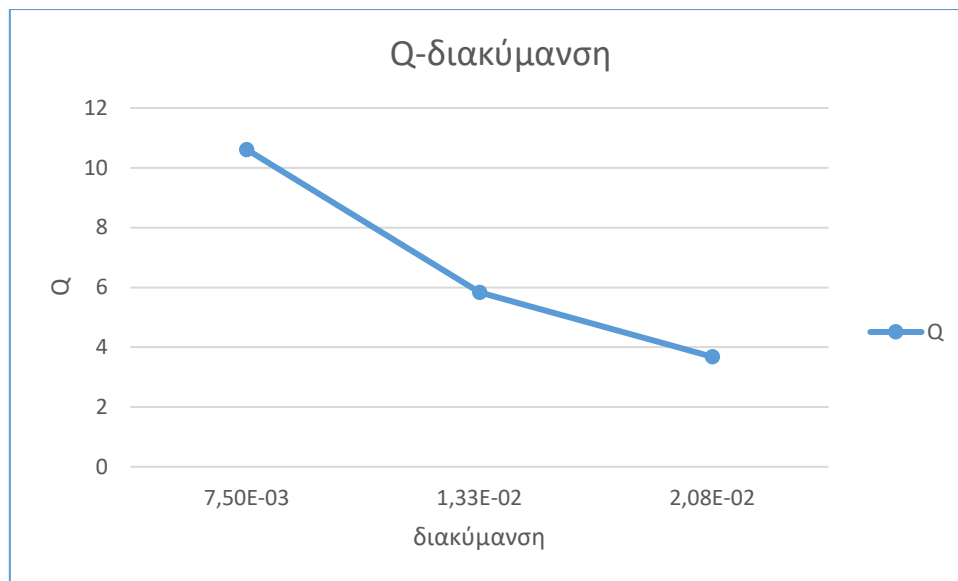


Σχήμα 11 Χρήση κύριου προμηθευτή με αύξηση του κόστους εξασφάλισης

Για να μελετηθεί περαιτέρω η συμπεριφορά του μοντέλου σε αλλαγές της ζήτησης, έγιναν αριθμητικά παραδείγματα στα οποία μεταβαλλόταν η αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα αλλάζοντας την διακύμανση της κατανομής και κρατώντας σταθερή τη μέση τιμή. Χρησιμοποιήθηκαν οι ίδιες τιμές για τις παραμέτρους ενώ τα εύρη τιμών και οι διακυμάνσεις των κατά περίπτωση παραδιδόμενων ποσοτήτων φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Εύρος	Μέση Τιμή	Διακύμανση
[0,65-0,85]	0,75	3,03 ^{E-03}
[0,60-0,90]	0,75	7,5 ^{E-03}
[0,55-0,95]	0,75	1,33 ^{E-0,2}
[0,50-1,00]	0,75	2,08 ^{E-02}

Στο επόμενο διάγραμμα λοιπόν (Σχήμα 12) φαίνεται η χρήση του κύριου προμηθευτή καθώς η αβεβαιότητα της παραδιδόμενης ποσότητας μεγαλώνει.



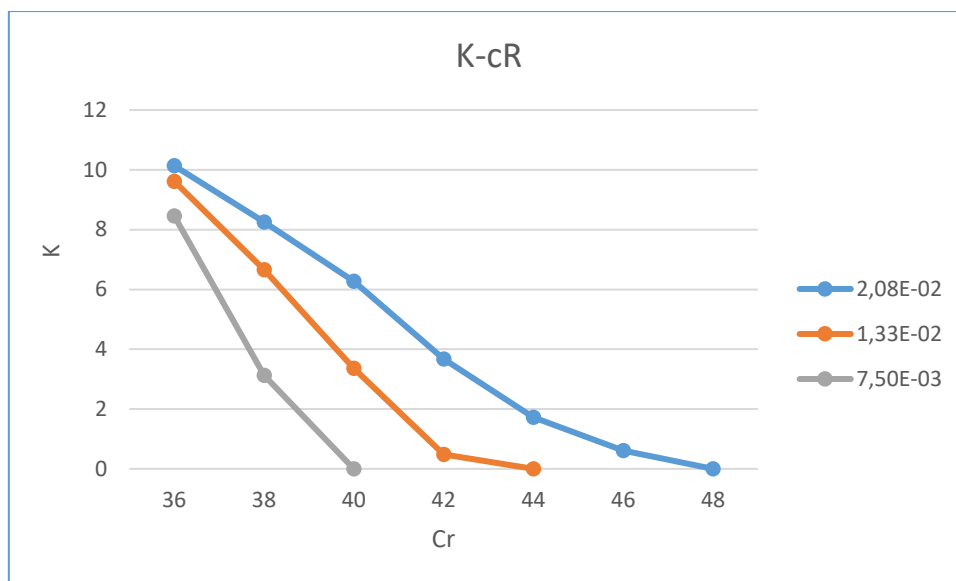
Σχήμα 12 Χρήση κύριου- Αλλαγή στην διακύμανση

Παρατηρούμε ότι όσο αυξάνεται η διακύμανση τόσο λιγότερο χρησιμοποιείται ο προμηθευτής αυτός. Ενώ στο (Σχήμα 13) φαίνεται όπως ήταν αναμενόμενο, η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή να αυξάνει με την αύξηση της αβεβαιότητας της παράδοσης.



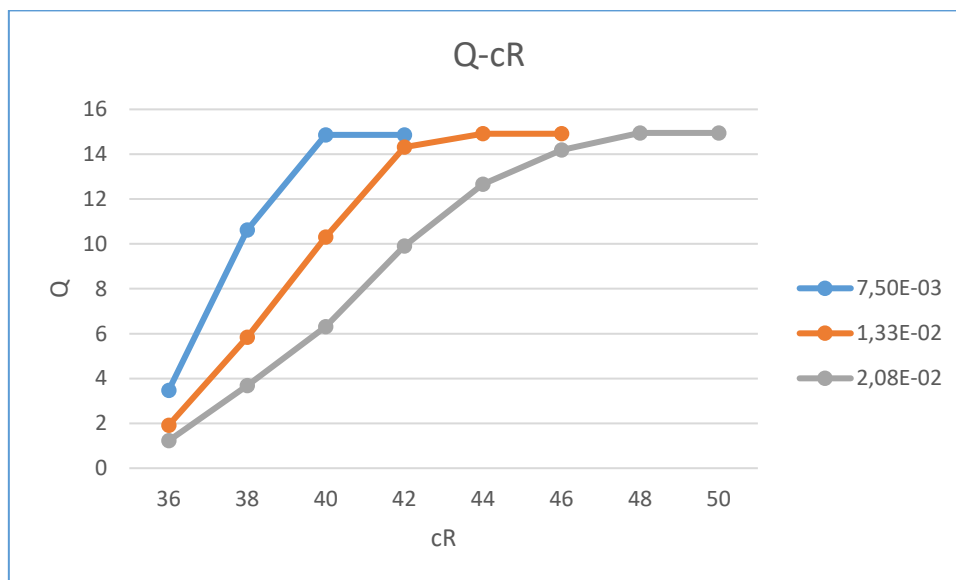
Σχήμα 13 Χρήση εφεδρικού- Αλλαγή διακύμανσης

Στο επόμενο παράδειγμα έγινε ξανά αλλαγή της διακύμανσης κρατώντας την μέση τιμή σταθερή. Σε κάθε περίπτωση αυξανόταν η τιμή του εφεδρικού προμηθευτή αυξάνοντας το κόστος εξασφάλισης (c_R). Η χρήση του εφεδρικού λοιπόν αποτυπώνεται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 14), ενώ η χρήση του κύριου προμηθευτή φαίνεται στο (Σχήμα 15).



Σχήμα 14 Χρήση εφεδρικού- Αύξηση κόστους εξασφάλισης

Στο (Σχήμα 14) όπως είναι λογικό φαίνεται η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή να φθίνει με την αύξηση του κόστους εξασφάλισης μίας μονάδας, έως ότου μηδενίζει όταν πλέον δεν συμφέρει η χρήση του. Φαίνεται ακόμα πως όσο μεγαλύτερη είναι η αβεβαιότητα της παραδιδόμενης ποσότητας τόσο πιο αργά φθίνει η χρήση του.



Σχήμα 15 Χρήση κύριου- Αύξηση κόστους εξασφάλισης

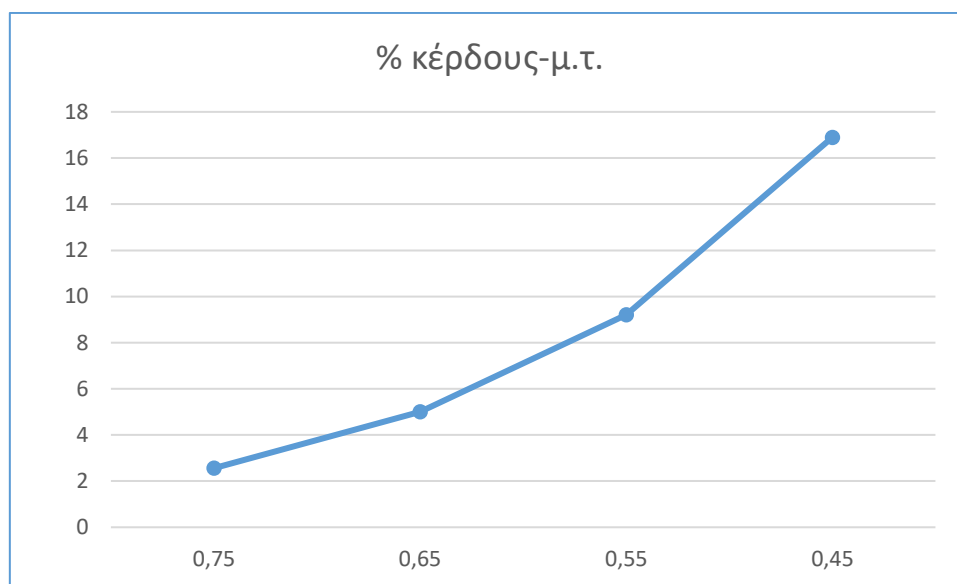
Στο παραπάνω διάγραμμα φαίνεται ξανά το Q να σταθεροποιείται σε συγκεκριμένη τιμή ανά περίπτωση διαφορετικής διακύμανσης. Αυτό συμβαίνει όταν το K μηδενίζεται, δηλαδή όταν πλέον δε συμφέρει να χρησιμοποιείται ο εφεδρικός προμηθευτής. Αυτή η τιμή και εδώ είναι η ίδια με την τιμή του Q που θα παίρναμε

από το μοντέλο του εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα χωρίς χρήση του εφεδρικού προμηθευτή. Ακόμα παρατηρούμε πως η καμπύλη σταθεροποιείται πιο αργά όταν η αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα αυξάνεται.

4.3 Κέρδος από χρήση του εφεδρικού προμηθευτή

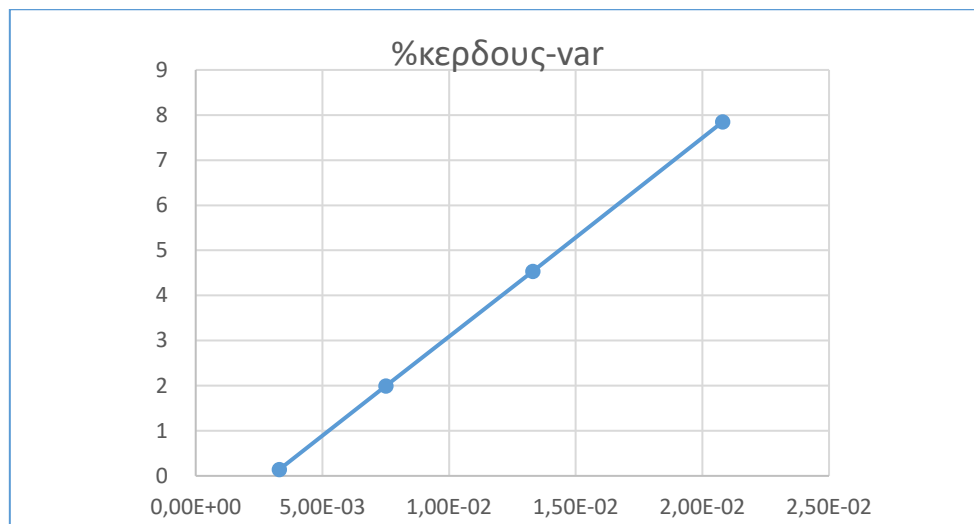
Πάντα η λύση που δίνει το μοντέλο του εφημεριδοπώλη με χρήση εφεδρικού προμηθευτή θα είναι καλύτερη από αυτού χωρίς. Ένα πρακτικό ερώτημα που απασχολεί τον αγοραστή είναι κατά πόσο του αυξάνει το κέρδος έτσι ώστε να αποφασίσει αν αξίζει να ασχοληθεί με την εύρεση της βέλτιστης ποσότητας (Q, K). Ένας τρόπος για να γίνουν συγκρίσιμα τα δύο μοντέλα είναι να υπολογισθεί το ποσοστιαίο κέρδος από τη χρήση του εφεδρικού προμηθευτή. Παρακάτω παρουσιάζονται διάφορα αριθμητικά παραδείγματα στα οποία φαίνεται η αλλαγή του ποσοστιαίου κέρδους σε σχέση με μεταβολές στη ζήτηση, στο ποσοστό παραδιδόμενης ποσότητας και σε άλλες παραμέτρους.

Στο πρώτο παράδειγμα γίνεται μεταβολή της μέσης τιμής της παραδιδόμενης ποσότητας κρατώντας σταθερή την διακύμανση και η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 10 και τυπική απόκλιση 2. Επίσης $h=20$, $p=40$, $r=150$, $c=70$, $c_R = 40$, $c_E = 35$. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 15) φαίνεται το ποσοστιαίο κέρδος να αυξάνει με τη μείωση της μέσης τιμής της παραδιδόμενης ποσότητας.



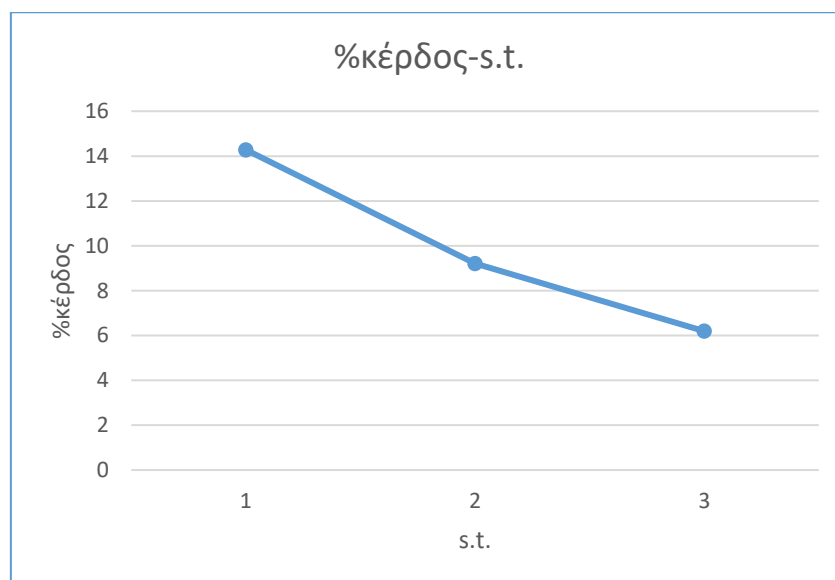
Σχήμα 16 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή μ.τ. -1^ο παράδειγμα-

Στο επόμενο παράδειγμα μεταβάλλεται η αβεβαιότητα στη παραδιδόμενη ποσότητα αλλάζοντας τη διακύμανση της ομοιόμορφης κατανομής και κρατώντας σταθερή την μέση τιμή. Όπως φαίνεται στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 17) η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή είναι όλο και πιο συμφέρουσα όσο η αβεβαιότητα στην παραδιδόμενη ποσότητα αυξάνεται.



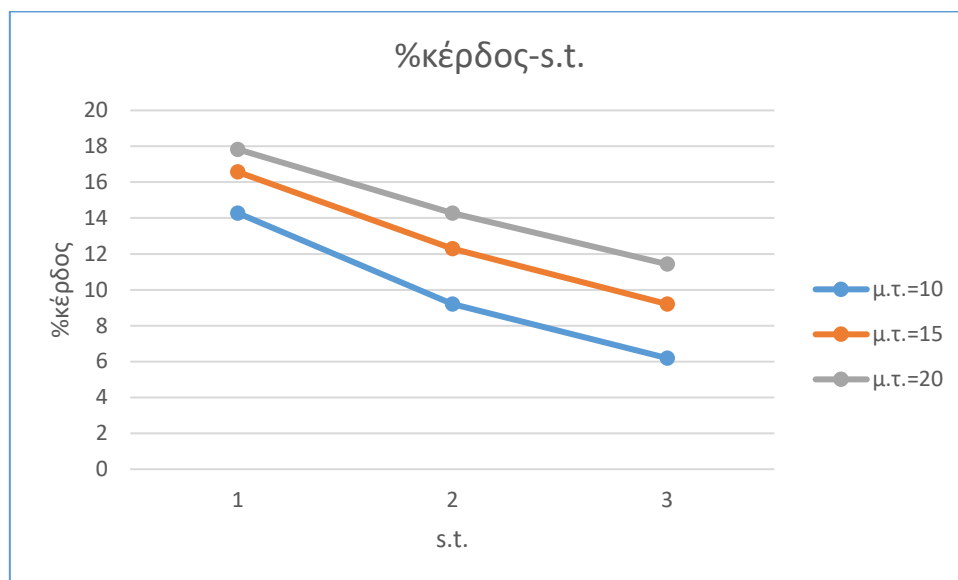
Σχήμα 17 Ποσοστό κέρδους- διακύμανση -1^ο παράδειγμα-

Μια ακόμα παράμετρος που πρέπει να μελετηθεί είναι η μεταβολή στη ζήτηση, στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 18) φαίνεται το ποσοστιαίο κέρδος να φθίνει καθώς η τυπική απόκλιση της ζήτησης αυξάνει.



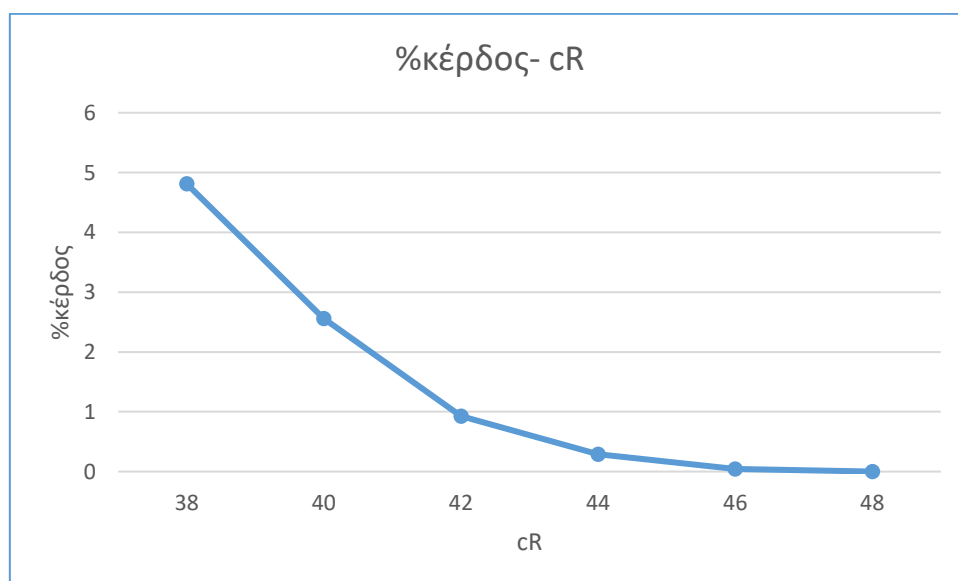
Σχήμα 18 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή στην τυπική απόκλιση της ζήτησης -1^ο παράδειγμα-

Στο επόμενο διάγραμμα (Σχήμα 19) συγκρίνονται τα ποσοστιαία κέρδη ενώ γίνονται αλλαγές στη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση της ζήτησης. Επαναλαμβάνεται το αριθμητικό παράδειγμα με μέση τιμή 10, 15 και 20 ενώ οι ανά περίπτωση τυπικές αποκλίσεις είναι 1, 2 και 3. Παρατηρούμε το κέρδος που προκύπτει από τη χρήση του εφεδρικού πάντα να μειώνεται καθώς η αβεβαιότητα της ζήτησης αυξάνεται.



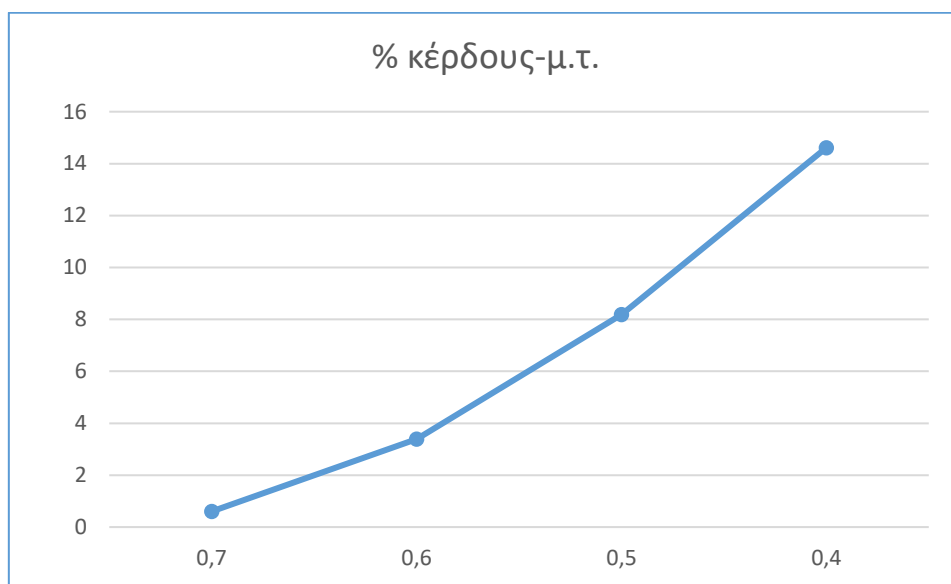
Σχήμα 19 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγές στην ζήτηση-1^ο παράδειγμα-

Στη συνέχεια έγινε διάγραμμα (Σχήμα 20) όπου φαίνεται η αναμενόμενη μείωση του κέρδους καθώς αυξάνεται η τιμή του εφεδρικού προμηθευτή.



Σχήμα 20 Ποσοστό κέρδους- Αύξηση κόστους εφεδρικού -1^ο Παράδειγμα-

Παρακάτω επαναλαμβάνεται η ίδια διαδικασία αλλά χρησιμοποιώντας διαφορετικές παραμέτρους. Στο πρώτο παράδειγμα ορίζονται οι παράμετροι $h = 20$, $p = 10$, $r = 100$, $c = 70$, $c_R = 20$, $c_E = 56$. Η ζήτηση ακολουθεί κανονική κατανομή με μέση τιμή 15 και τυπική απόκλιση 3, η παραδιδόμενη ποσότητα ακολουθεί ομοιόμορφη κατανομή με διακύμανση σταθερή, η μέση τιμή εδώ μεταβάλλεται. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 21) φαίνεται το ποσοστιαίο κέρδος να αυξάνει καθώς η μέση τιμή της παραδιδόμενης ποσότητας μειώνεται.



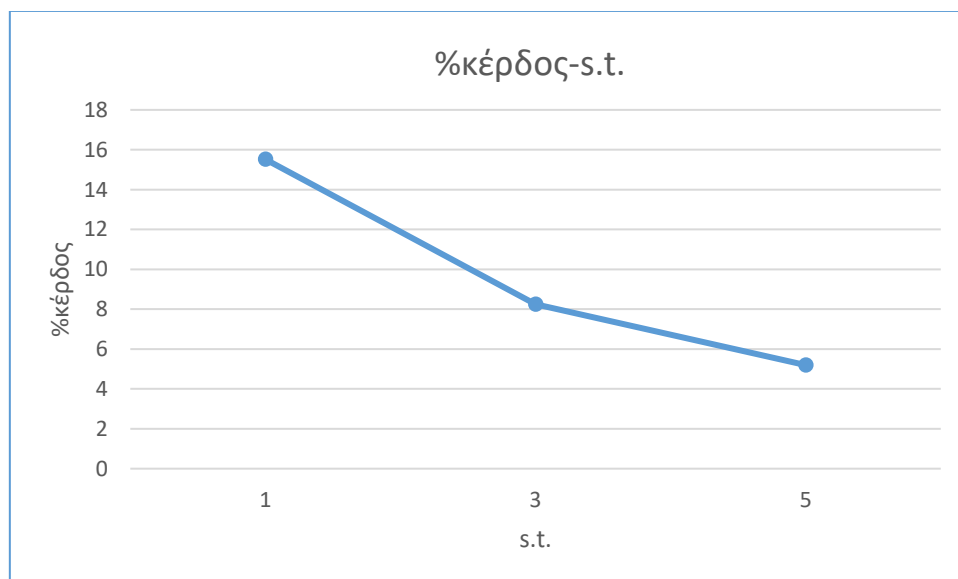
Σχήμα 21 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή μ.τ. -2^ο παράδειγμα-

Στο παρακάτω παράδειγμα μεταβάλλεται η αβεβαιότητα στη παραδιδόμενη ποσότητα αλλάζοντας τη διακύμανση της ομοιόμορφης κατανομής και κρατώντας σταθερή την μέση τιμή. Στο διάγραμμα (Σχήμα 22) παρατηρούμε ότι η χρήση του εφεδρικού προμηθευτή είναι όλο και πιο συμφέρουσα όσο η διακύμανση της παραδιδόμενης ποσότητας αυξάνεται.



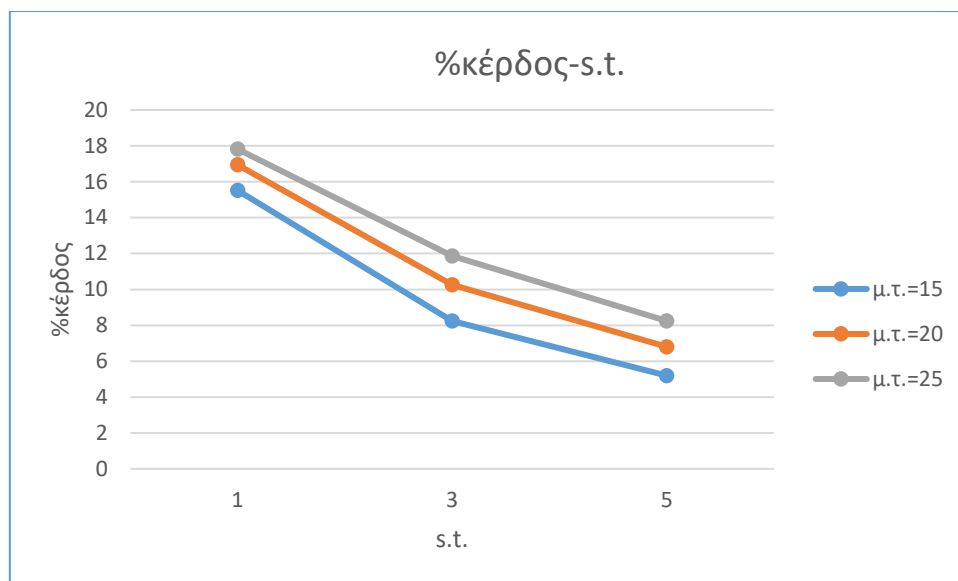
Σχήμα 22 Ποσοστό κέρδους- διακύμανση -2^ο παράδειγμα-

Στη συνέχεια μελετάται κατά πόσο συμφέρει η χρήση του εφεδρικού κάνοντας αλλαγές στην ζήτηση. Στο πρώτο παράδειγμα η μέση τιμή της κανονικής κατανομής μένει σταθερή ενώ η διακύμανση παίρνει τις τιμές 1, 3 και 5. Στο παρακάτω διάγραμμα (Σχήμα 23) φαίνεται ξανά το ποσοστό του κέρδους να φθίνει με την αύξηση της αβεβαιότητας της ζήτησης.



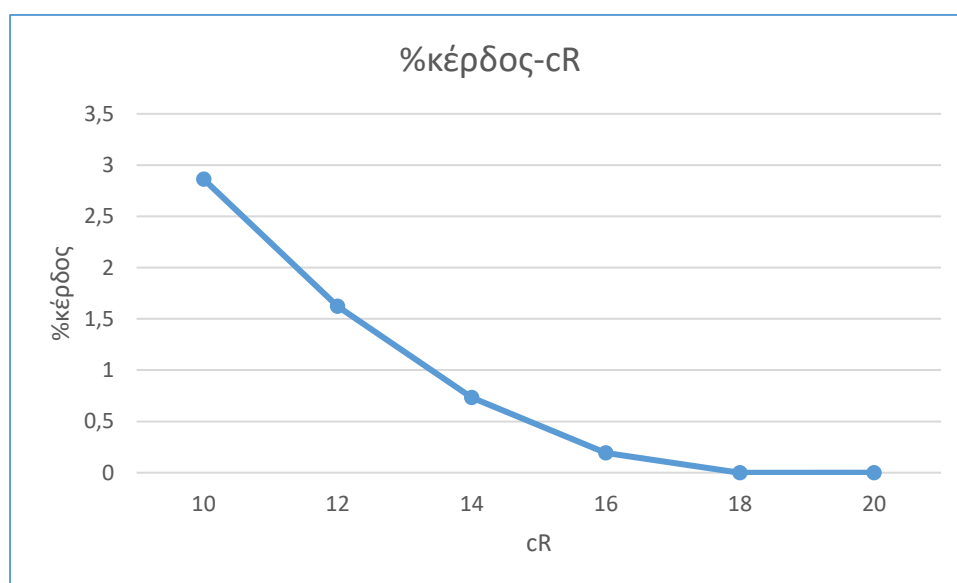
Σχήμα 23 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγή στην τυπική απόκλιση της ζήτησης -2^ο παράδειγμα-

Επίσης στο Σχήμα 24 φαίνεται το ποσοστιαίο κέρδος να αυξάνεται με την αύξηση της μέσης τιμής ενώ μειώνεται με την αύξηση της αβεβαιότητας της ζήτησης.



Σχήμα 24 Ποσοστό κέρδους- Αλλαγές στην ζήτηση-2^ο παράδειγμα-

Παρακάτω φαίνεται όπως είναι αναμενόμενο το ποσοστό κέρδους από τη χρήση του εφεδρικού προμηθευτή να φθίνει καθώς το κόστος αυξάνει.



Σχήμα 25 Ποσοστό κέρδους- Αύξηση κόστους εφεδρικού -2^ο Παράδειγμα-

Κεφάλαιο 5- Σύνοψη

Σε αυτή τη διπλωματική εργασία μελετήθηκε το πρόβλημα του εφημεριδοπώλη με τυχειότητα στη παραδιδόμενη ποσότητα και χρήση εφεδρικού προμηθευτή. Αρχικά έγινε παρουσίαση του προβλήματος και των εξισώσεων που το απαρτίζουν. Στη συνέχεια χρησιμοποιήθηκε ο κώδικας αλλάζοντας κάθε φορά παραμέτρους ώστε να εξαχθούν χρήσιμα συμπεράσματα. Από το συγκεκριμένο μοντέλο προέκυψαν μεγάλες μεταβολές στη χρήση του εφεδρικού και του κύριου προμηθευτή σε σχέση με τις αλλαγές στην αναμενόμενη ποσότητα παράδοσης αλλά και στην αβεβαιότητα της. Μεταβολές στη χρήση των προμηθευτών ακόμα παρατηρήθηκαν όπως είναι αναμενόμενο και με την αλλαγή του κόστους του εφεδρικού προμηθευτή. Επίσης έγινε μελέτη ως προς την χρησιμότητα του μοντέλου υπολογίζοντας το ποσοστιαίο κέρδος από τη χρήση του εφεδρικού προμηθευτή. Τα αποτελέσματα όλων των παραπάνω αποτυπώθηκαν αναλυτικά σε διαγράμματα.

Βιβλιογραφία

- A. Biran, M. Breiner. (2012). MATLAB 6 για μηχανικούς (3rd Edition). (Ν. Ι. Μάργαρης, Επιμ., Δ. Ι. Πεταλάς, & Ά. Δ. Δημητριάδης, Μεταφρ.) Θεσσαλονίκη: Εκδόσεις ΤΖΙΟΛΑ.
- A. Bojanowski, C. Briseno, Y. El-Sharif (2010). Flight chaos post-mortem: Europe's airlines prepare for next gloom plume. In Spiegel online. 23 April 2010.
- S. Guo, L. Zhao, X. Xu. (2013). Impact of supply risks on procurement decisions. *Annals of Operations Research*, pp 411–430
- S. Nahmias. (2013). *Productions & Operations Analysis* (6th edition). New York: McGraw-Hill/Irwin.
- M. Parlar and Dan Wang (1990). Diversification under yield randomness in inventory models. *European Journal of Operational Research* 66 (1993), pp 52-64
- Y. Rekik, E. Sahin, Y. Dallery (2006). A comprehensive analysis of the Newsvendor model with unreliable supply. *OR Spectrum*, pp 207–233
- S. Saghafian and M. Oyen (2010). The value of flexible backup suppliers and disruption risk information: newsvendor analysis with resource. *IIE Transactions* (2012) 44, pp 834-867

www.mathworks.com

Παράρτημα

Παρακάτω διατυπώνονται οι κώδικες όλων των εφαρμογών που χρησιμοποιήθηκαν στη παρούσα διπλωματική εργασία για την συγκέντρωση των παραπάνω αποτελεσμάτων.

Υπολογισμός της ποσότητας Q του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στη παραδιδόμενη ποσότητα:

```
c=input('kostos agoras ana proion c:');
h=input('timh aposurshs tou proiontos h:');
p=input('kostos ana xamenh pwlhsh p:');
r=input('timh pwlhshs ana proion r:');
mu=input('mesh timh kanonikhs katanomhs:');
s=input('diakumansh kanonikhs katanomhs:');
lower_limit=input('katw akro omoiormfhs katanomhs:');
upper_limit=input('anw akro ths omoiormfhs katanomhs:');
pd1=makedist('Uniform','lower',lower_limit,'upper',upper_
limit)
g=@(u)pdf(pd1,u);
eu=mean(pd1);
fun=@(u,Q) u.*normcdf(u*Q,mu,s);
k=@(Q) quad(@(u) fun(u,Q).*g(u),0,1)
I=norminv((p+r-c)/(p+r-h),mu,s)
f=@(Q) (p+r-h)*k(Q)-(p+r-c)*eu;
Q=fzero(f,0)
```

Υπολογισμός των ποσοτήτων Q και K του Προβλήματος του Εφημεριδοπώλη με αβεβαιότητα στη παράδοση και χρήση εφεδρικού προμηθευτή:

```
c=input('kostos agoras ana proion c:');
cE=input('kostos agoras mias monadas apo ton efedriko
cE:');
cR=input('kostos exasfalishs mias monadas apo ton
efedriko cR:');
h=input('timh aposurshs tou proiontos h:');
p=input('kostos ana xamenh pwlhsh p:');
r=input('timh pwlhshs ana proion r:');
mu=input('mesh timh kanonikhs katanomhs:');
s=input('diakumansh kanonikhs katanomhs:');
lower_limit=input('katw akro omoiormfhs katanomhs:');
upper_limit=input('anw akro ths omoiormfhs katanomhs:');
I = norminv((p+r-cE)/(p+r-h),mu,s)
options=optimoptions(@patternsearch,'MaxIterations',1e5)
f=@(x) normpdf(x,mu,s);
EX=mu;%mesh timh ths X
pd2=makedist('Uniform','lower',lower_limit,'upper',upper_
limit)% omoiormfh
EU=mean(pd2);%mesh timh ths U
```

```

g=@(u)pdf(pd2,u);
G=@(u)cdf(pd2,u);
%-----
L1=@(Q,u,K) h*quad(@(x) ((Q*u+K)-x).*f(x),0,Q*u+K);
L2=@(Q,u,K) -(p+r)*quad(@(x) (x-
(Q*u+K)).*f(x),(Q*u+K),2*mu);
L=@(Q,u,K) L1(Q,u,K)+L2(Q,u,K)+r*EX;
%-----
%Q+K<I sigoura agorazei k apo ton efedriko promh8euth
P1=@(Q,K) -c*Q*EU -(cR+cE)*K+ quadv(@(u)
L(Q,u,K).*g(u),0,1);
%-----
%I-K<=Q<I : agorazei K an Q*U<I-K kai I-Q*U alliws
P2=@(Q,K) -c*Q*EU-cR*K-cE*K*G((I-K)/Q)+...
quadv(@(u) L(Q,u,K).*g(u),0,(I-K)/Q)...
-cE*quad(@(u)(I-Q*u).*g(u),((I-K)/Q),1)...
+quadv(@(u) L(I,1,0).*g(u),((I-K)/Q),1);%egrapsa to L
etsi gia na emfanisw to L(I)
%-----
%Q>=1: agorazei K an Q*U<I-K,I-Q*U an I-K<=Q*U<I, tipota
an Q*U>=1
P3=@(Q,K) -c*Q*EU-cR*K-cE*K*G((I-K)/Q)+...
+quadv(@(u) L(Q,u,K).*g(u),0,(I-K)/Q)+...
-cE*quad(@(u)(I-Q*u).*g(u),((I-K)/Q),I/Q)+...
quadv(@(u) L(I,1,0).*g(u),((I-K)/Q),I/Q)+...
+quadv(@(u) L(Q,u,0).*g(u),I/Q,1);
%-----
%Fti axnw thn suntheth sunarthsh P(Q,K)
P=@(Q,K) P1(Q,K)*(Q+K<I)+P2(Q,K)*(Q>=I-K &
Q<I)+P3(Q,K)*(Q>=I);
%-----
Qg=input('timh Q ekinhs ths evretikhs sunarthshs,
Kg:')
Kg=input('timh K ekinhs ths evretikhs sunarthshs,
Kg:')
[t,fval]=patternsearch(@(v)-P(v(1),v(2)),[Qg,Kg],[[],[]],
... [],[], [0,0],[[],[]],options)
Q=t(1)
K=t(2)
p=-fval

```